ED–2648

B. A./B. Sc./B. Sc. B. Ed. (Part I) EXAMINATION, 2021

MATHEMATICS

Paper First

(Algebra and Trigonometry)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

https://universitynews.in

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any *two* parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) प्रारम्भिक रूपान्तरण की सहायता से A का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

P. T. O.

https://universitynews.in/

Find the inverse of A with elementary transformation :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(ब) आव्यूह :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

का अभिलाक्षणिक समीकरण ज्ञात कीजिए और सत्यापित कीजिए कि यह A द्वारा सन्तुष्ट होता है और इसका प्रतिलोम भी ज्ञात कीजिए।

Find the characteristics equation of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

and verify that it is satisfied by A and hence find A^{-1}.

(स) निम्नलिखित आव्यूह को प्रसामान्य रूप में बदलिए एवं इसकी जाति ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

https://universitynews.in/

https://universitynews.in/

Reduce the following matrix into normal form and find its rank :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) आव्यूह विधि से हल कीजिए :

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 9$$
$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 6$$
$$3x_1 + x_2 + 2x_3 = 8$$

Solve by matrix method :

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 9$$
$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 6$$
$$3x_1 + x_2 + 2x_3 = 8$$

(ब) समीकरण :

$$x^3 - 15x - 126 = 0$$

को कार्डन विधि से हल कीजिए।

Solve the equation :

$$x^3 - 15x - 126 = 0$$

by Cardon's method.

https://universitynews.in/

https://universitynews.in/

(स) निम्नलिखित समीकरण के मूलों को ज्ञात कीजिए यदि वे समान्तर श्रेणी (A. P.) में है :

$$x^4 + 2x^3 - 21x^2 - 22x + 40 = 0$$

Find the roots o the equation :

$$x^4 + 2x^3 - 21x^2 - 22x + 40 = 0$$

if they are in A. P.

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) यदि N प्राकृतिक संख्याओं का समुच्चय हो तथा प्रतिचित्रण $f : \mathrm{N} \rightarrow \mathrm{N}$ जहाँ $f(x) = x^2; x \in \mathrm{N}$ तो सिद्ध कीजिए कि f एकैकी है, लेकिन आच्छादक नहीं है।

If N be the set of natural numbers and a mapping $f : \mathrm{N} \rightarrow \mathrm{N}$ is defined by $f(x) = x^2; x \in \mathrm{N}$ then prove that f is one-one, but not onto.

(ब) सिद्ध कीजिए कि समूह G के दो अवयवों के गुणनफल का प्रतिलोम उनके प्रतिलोमों का उल्टे क्रम में गुणनफल के बराबर होता है, अर्थात् :

$$(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1} \ \forall \ a, b \in \mathrm{G}$$

The inverse of the product of two elements of a group is the product of the inverse taken in the reverse order i.e. :

$$(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1} \ \forall \ a, b \in \mathrm{G}$$

https://universitynews.in/

https://universitynews.in/

(स) गुणात्मक समूह G = (1, –1, i, –i) के प्रत्येक अवयव की कोटि ज्ञात कीजिए।

Find the orders of each element of the multiplicative group G = (1, –1, i, –i).

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) सिद्ध कीजिए कि एक चक्रीय समूह का प्रत्येक तुल्याकारी प्रतिचित्रण पुनःचक्रीय समूह होता है।

Prove that every isomorphic image of a cyclic group is cyclic.

(ब) सिद्ध कीजिए यदि R एकक अवयव सहित एक वलय है, तब :

(i) $(-1)\,a = -\,a \;\forall\; a \in R$

(ii) $(-1)\,(-1) = 1$

Prove that if R is a ring with unity, then :

(i) $(-1)\,a = -\,a \;\forall\; a \in R$

(ii) $(-1)\,(-1) = 1$

(स) सिद्ध कीजिए कि एक विषम क्षेत्र (skew field) शून्य भाजक रहित होता है।

Prove that a skew field (division ring) has no zero divisors.

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) यदि m, n धन पूर्णांक हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$(a+ib)^{\frac{m}{n}} + (a-ib)^{\frac{m}{n}} = 2\,(a^2+b^2)^{\frac{m}{n}} \cos\left(\frac{m}{n}\tan^{-1}\frac{b}{a}\right)$$

P. T. O.

https://universitynews.in/

https://universitynews.in/

If m, n are positive integers, then prove that :

$$(a+ib)^{\frac{m}{n}} + (a-ib)^{\frac{m}{n}} = 2(a^2+b^2)^{\frac{m}{n}} \cos\left(\frac{m}{n}\tan^{-1}\frac{b}{a}\right)$$

(ब) सिद्ध कीजिए कि इकाई के n, nवें मूल एक गुणोत्तर श्रेणी (G.P.) निर्मित करते हैं।

Prove that n nth roots of unity form a series in G. P.

(स) सिद्ध कीजिए कि :

$$32\cos^6\theta = \cos 6\theta + 6\cos 4\theta + 15\cos 2\theta + 10$$

Prove that :

$$32\cos^6\theta = \cos 6\theta + 6\cos 4\theta + 15\cos 2\theta + 10$$

https://universitynews.in

https://universitynews.in/