https://universitynews.in/

GD-2708

B.Sc./B.Sc. B.Ed. (Part-II)
Examination, March-April, 2023

MATHEMATICS

Paper - I

Advanced Calculus

Time : Three Hours] [*Maximum Marks* : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं **दो** भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Answer any **two** parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई / Unit-I

1. (*a*) सिद्ध कीजिए कि एक निरपेक्ष अभिसारी श्रेणी अभिसारी होती है, किन्तु विलोम सत्य नहीं है।

https://www.hyvonline.com

Prove that an absolute convergence series is convergent, but converse is not true.

(*b*) मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{x\to\infty}\left[\left(\frac{2}{1}\right)^1\left(\frac{3}{2}\right)^2\left(\frac{4}{3}\right)^3\ldots\ldots\left(\frac{n+1}{n}\right)^n\right]^{1/n}$$

Find the value :

$$\lim_{x\to\infty}\left[\left(\frac{2}{1}\right)^1\left(\frac{3}{2}\right)^2\left(\frac{4}{3}\right)^3\ldots\ldots\left(\frac{n+1}{n}\right)^n\right]^{1/n}$$

(*c*) निम्न श्रेणी के अभिसरण का परीक्षण कीजिए :

$$\frac{x}{1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{x^3}{3}+\frac{1.3}{2.4}\cdot\frac{x^5}{5}+\frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\frac{x^7}{7}+\ldots\ldots,\ x>0$$

Test the convergence of the following series :

$$\frac{x}{1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{x^3}{3}+\frac{1.3}{2.4}\cdot\frac{x^5}{5}+\frac{1.3.5}{2.4.6}\cdot\frac{x^7}{7}+\ldots\ldots,\ x>0$$

https://universitynews.in/
https://www.hyvonline.com
https://universitynews.in

https://universitynews.in/

इकाई / Unit-II

2. (*a*) निम्नलिखित का $x=0$ पर सांतत्यता परीक्षण कीजिए :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{1/x}-1}{e^{1/x}+1}, & \text{जब } x\neq 0\\ 0, & \text{जब } x=0\end{cases}$$

Test the continuity of the following function at $x=0$:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{1/x}-1}{e^{1/x}+1}, & \text{when } x\neq 0\\ 0, & \text{when } x=0\end{cases}$$

(*b*) लैग्रांज का मध्यमान प्रमेय लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove the Lagrange's mean value theorem.

(*c*) फलन $f(x)=x^3-6x^2+11x-6$ के लिए रोले प्रमेय का सत्यापन कीजिए।

Verify Rolle's theorem for the function :

$$f(x)=x^3-6x^2+11x-6$$

(Turn Over)

https://www.hyvonline.com

इकाई / Unit-III

3. (*a*) फलन $f(x, y)=x^2+xy-y^2$ का $(x-1)$ और $(y+2)$ की घातों में प्रसार कीजिए।

Expand the function $f(x, y)=x^2+xy-y^2$ in powers of $(x-1)$ and $(y+2)$.

(*b*) यदि $u=x+y-z$, $v=x-y+z$, $w=x^2+y^2+z^2-2yz$, तो दर्शाइए कि

$$\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}=0$$

If $u=x+y-z$, $v=x-y+z$, $w=x^2+y^2+z^2-2yz$, then show that

$$\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}=0$$

(*c*) माना $z=f(x,y)$, जहाँ $x=e^u+e^{-v}$ एवं $y=e^{-u}-e^{-v}$, तब सिद्ध कीजिए :

$$\frac{\partial z}{\partial u}-\frac{\partial z}{\partial v}=x\frac{\partial z}{\partial x}-y\frac{\partial z}{\partial y}$$

(Continued)

https://universitynews.in/
https://www.hyvonline.com

https://universitynews.in/

Let $z = f(x, y)$, where $x = e^u + e^{-v}$ and $y = e^{-u} - e^{-v}$, then prove that

$$\frac{\partial z}{\partial u} - \frac{\partial z}{\partial v} = x\frac{\partial z}{\partial x} - y\frac{\partial z}{\partial y}$$

इकाई / Unit-IV

4. (*a*) सरल रेखाओं

$x \cos\alpha + y \sin\alpha = l \sin\alpha \cos\alpha$ के कुल का अन्वालोप ज्ञात कीजिए, जहाँ α प्राचल है।

Find the envelope of the family of straight lines $x \cos\alpha + y \sin\alpha = l \sin\alpha \cos\alpha$, where α is parameter.

(*b*) दर्शाइए कि वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ के केन्द्रज का समीकरण $(x+y)^{2/3} + (x-y)^{2/3} = 2a^{2/3}$ है।

Show that the evolute of the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ is $(x+y)^{2/3} + (x-y)^{2/3} = 2a^{2/3}$

(*c*) यदि $u = \sin x \,.\, \sin y \,.\, \sin(x+y)$ हो, तो u का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

https://www.hyvonline.com

https://universitynews.in/

If $u = \sin x \,.\, \sin y \,.\, \sin(x+y)$, then find the maximum value of u.

इकाई / Unit-V

5. (*a*) सिद्ध कीजिए :

$$\beta(m,n) = \frac{\lceil m \lceil n}{\lceil m+n}$$

Prove that :

$$\beta(m,n) = \frac{\lceil m \lceil n}{\lceil m+n}$$

(*b*) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y+2z)\, dx\, dy\, dz$$

Evaluate :

$$\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y+2z)\, dx\, dy\, dz$$

(*c*) द्विक समाकल में समाकलन का क्रम बदलिए :

$$\int_0^{2a} \int_{x^2/4a}^{3a-x} f(x,y)\, dx\, dy$$

https://universitynews.in/

https://www.hyvonline.com

https://universitynews.in

https://universitynews.in/

Change the order of integration in the double integral :

$$\int_0^{2a} \int_{x^2/4a}^{3a-x} f(x, y)\, dx\, dy$$

---

https://www.hyvonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.hyvonline.com
https://universitynews.in/