https://universitynews.in/

GD-2710

B.Sc./B.Sc. B.Ed. (Part-II)
Examination, March-April, 2023

MATHEMATICS

Paper - III

Mechanics

Time : Three Hours] [*Maximum Marks* : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं **दो** भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Answer any **two** parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई / Unit-I

1. (*a*) एक दण्ड, जिसका गुरुत्व केन्द्र उसे a और b दो भागों में विभाजित करता है, एक चिकने गोले के भीतर रखी हुई है। दर्शाइए कि यदि सन्तुलित अवस्था में क्षैतिज से उसका झुकाव θ है और गोले के केन्द्र पर दण्ड 2α कोण अन्तरित करती है तो

$$\tan\theta = \frac{b-a}{b+a}\tan\alpha$$

https://www.hyvonline.com

A beam whose centre of gravity divides it into portions, a and b, is placed inside a smooth sphere, show that, if θ its inclination to the horizon in the position of equilibrium and 2α be the angle subtended by the beam of the centre of the sphere, then

$$\tan\theta = \frac{b-a}{b+a}\tan\alpha$$

(*b*) $2b$ मोटाई की एक आयताकार छड़ एक पूर्ण रूक्ष क्षैतिज बेलन पर जिसकी त्रिज्या a है, सममित रूप में रखी है। दिखाइए कि छड़ साम्य स्थाई अथवा अस्थाई होगा जबकि b का मान a से क्रमशः छोटा या बड़ा होगा।

A uniform beam of thickness $2b$, rest symmetrically on a perfectly rough horizontal cylinder of radius a, show that the equilibrium of the beam will be stable or unstable according as b is less or greater than a.

(*c*) एक संधित चतुर्भुज (Jointed quadrilateral) के विपरीत भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को लम्बाई l और l^1 के हल्के छड़ों द्वारा संबद्ध किया गया है। यदि इन छड़ों में तनाव T और T^1 है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{T}{l} + \frac{T^1}{l^1} = 0$$

https://universitynews.in/

https://www.hyvonline.com

https://universitynews.in/

The middle points of opposite sides of a jointed quadrilateral are connected by light rods of lengths l and l^1. If T and T^1 be the tensions in those rods, prove that

$$\frac{T}{l}+\frac{T^1}{l^1}=0$$

इकाई / Unit-II

2\. (a) यदि P तथा Q दो अप्रतिच्छेदी बल जिनकी दिशाएँ लम्बवत् हैं, दर्शाइए कि केन्द्रीय अक्ष से उनकी क्रिया रेखाओं की दूरियों का अनुपात $Q^2 : P^2$ है।

If P and Q be two non-intersecting forces whose direction are perpendicular, show that the ratio of distances of the central axis from their lines of action si $Q^2 : P^2$.

(b) तीन बल क्रमशः सरल रेखाओं $x=0$, $y-z=a$, $y=0$, $z-x=a$, $z=0$, $x-y=a$ के अनुदिश क्रिया करते हैं। दिखाइए कि इन्हें एक बलयुग्म के तुल्य लघुकृत नहीं किया जा सकता।

Three forces acting along the straight lines $x=0, y-z=a, y=0, z-x=a, z=0,$ $x-y=a$. Show that they cannot be reduce equivalently to couple.

https://www.hyvonline.com

(c) डायनमे (X, Y, Z, L, M, N) के लिए समतल $x+y+z=0$ के शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कीजिए।

Find the null point of the plane $x+y+z=0$ for the dyname (X, Y, Z, L, M, N)

इकाई / Unit-III

3\. (a) आयाम 'a' तथा आवर्तकाल T की सरल आवर्त गति में दर्शाइए कि केन्द्र से x दूरी पर वेग v निम्नलिखित सम्बन्ध द्वारा दिया जाता है :

$$v^2 T^2 = 4\pi (a^2 - x^2)$$

Show that in a S.H.M. of amplitude 'a' and period T, the velocity v at distance x from the centre is given by the relation :

$$v^2 T^2 = 4\pi (a^2 - x^2)$$

(b) दो हल्की प्रत्यास्थ डोरियों से m द्रव्यमान का एक कण बँधा है और उनके स्थिर बिन्दुओं से इस प्रकार बँधे हुए हैं कि डोरियाँ तनी हुई हैं। प्रत्येक डोरी का प्रत्यास्थता मापांक λ है, तनाव T है और लम्बाइयाँ a तथा b हैं। दर्शाइए कि डोरी की रेखा के अनुदिश एक दोलन का काल $2\pi\sqrt{\frac{mab}{(T+\lambda)(a+b)}}$ है।

https://universitynews.in/

https://www.hyvonline.com

https://universitynews.in/

The light elastic strings are fastened to a particle of mass m and their other ends to fixed points so that strings are taut. The modulus of each string is λ, then tension T and lengths a and b. Show that the period of an oscillation along the line of the string $2\pi\sqrt{\frac{mab}{(T+\lambda)(a+b)}}$.

(c) यदि किसी कण के त्रिज्य एवं अनुप्रस्थ वेग सदैव एक दूसरे के समानुपाती हों, तो दर्शाइए कि पथ एक समानकोणिक सर्पिल है।

If the radial and transverse velocities of a particle are always proportional to each other, show that the path is an equiangular spiral.

इकाई / Unit-IV

4. (a) यदि v_1 एवं v_2 ग्रह के रैखिक वेग हैं जबकि सूर्य से क्रमशः निकटतम एवं दूरस्थ हैं, सिद्ध कीजिए कि :

$$(1-e)v_1 = (1+e)v_2$$

If v_1 and v_2 are the linear velocities of a planet when it is respectively nearest and farthest from the sun, prove that

$$(1-e)v_1 = (1+e)v_2$$

https://www.hyvonline.com

(b) एक कण एक समतल वक्र पर गतिमान है। यदि स्पर्शरेखीय और अभिलाम्बिक त्वरण सदैव अचर रहते हैं, तो सिद्ध कीजिए कि कोण ψ जो गति की दिशा समय t में घूमती है, समीकरण $\psi = A\log(1+Bt)$ द्वारा निर्धारित होता है।

A particle is describing a plane curve. If the tangential and normal accelerations are each constant through out the motion, prove that the angle ψ, through which the direction of motion turns in time t is given by $\psi = A\log(1+Bt)$.

(c) एक कण, जिस पर कोई बल क्रिया नहीं कर रहा है, रुक्ष गोले के आन्तरिक पृष्ठ के अनुदिश प्रक्षिप्त किया जाता है, दर्शाइए कि यह $\frac{a}{\mu V}\left(e^{2\mu\pi}-1\right)$ समय पश्चात् प्रक्षेप बिन्दु पर वापिस लौट आएगा, जहाँ a गोले की त्रिज्या, प्रक्षेप वेग V तथा घर्षण गुणांक μ है।

A particle is projected along the inner surface of a rough sphere and is acted on by no forces, show that it will return to the point of projection at the end of time $\frac{a}{\mu V}\left(e^{2\mu\pi}-1\right)$, where a is the radius of the sphere, V is the velocity of projection and μ is the coefficient of friction.

https://universitynews.in/
https://www.hyvonline.com

https://universitynews.in/

इकाई / Unit-V

5\. (*a*) गुरुत्वीय आकर्षण में m संहति का एक कण ऊर्ध्वारतः ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया जाता है, वायु का अवरोध वेग का mk गुणा है। यदि V सीमान्त वेग तथा λV प्रारम्भिक वेग है, तो दर्शाइए कि कण द्वारा प्राप्त महत्तम ऊँचाई $\frac{V^2}{g}[\lambda - \log(1+\lambda)]$ है।

A particle of mass m is projected vertically under gravity, the reistance of the air being mk times the velocity. Show that the greatest height attained by the particle is $\frac{V^2}{g}[\lambda - \log(1+\lambda)]$. Where V is the terminal velocity of the particle and λV is the initial. https://www.hyvonline.com

(*b*) तरल (liquid) की एक गोलाकर बूँद वाष्प में गिरते हुए संघनन द्वारा c की अचर से द्रव्यमान प्राप्त करती है। दर्शाइए कि विराम में गिरते हुए t समय बाद इसका वेग है

$$\frac{1}{2}gt\left[1+\frac{M}{M+ct}\right]$$

जहाँ M बूंद का प्रारंभिक द्रव्यमान है।

https://www.hyvonline.com

A spherical drop of liquid falling freely in a vapour acquires mass by condensation at a constant rate c. Show that the velocity after falling from rest in time t is $\frac{1}{2}gt\left[1+\frac{M}{M+ct}\right]$. Where M is the initial mass of the drop.

(*c*) त्रिज्या a के गोले (sphere) के क्षैतिज व्यास के सिरे से एक भारी कण आन्तरिक पृष्ठ के अनुदिश वेग V से प्रक्षिप्त किया जाता है, प्रक्षेप की दिशा भूमध्य रेखा से β कोण बनाती है। यदि कण कभी भी पृष्ठ को नहीं छोड़ता हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$3\sin^2\beta < 2 + \left(\frac{V^2}{3ga}\right)^2$$

A heavy particle is projected with velocity V from the end of a horizontal diameter of a sphere of radius a along the inner surface, the direction of projection making an angle β with the equator. If the particle never leaves the surface, prove that

$$3\sin^2\beta < 2 + \left(\frac{V^2}{3ga}\right)^2$$

https://universitynews.in/
https://www.hyvonline.com