

ED–2649

B. A./B. Sc./B. Sc. B. Ed. (Part I)

EXAMINATION, 2021

MATHEMATICS

Paper Second

(Calculus)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any *two* parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) फलन :

$$f(x) = |x| + |x - 1|$$

की सांतव्यता का परीक्षण बन्द अन्तराल $[-1, 2]$ में कीजिए।

Test for continuity of the function :

$$f(x) = |x| + |x - 1|$$

in the closed interval $[-1, 2]$.

P. T. O.

(ब) यदि :

$$y = \sin (m \sin^{-1} x)$$

तो दर्शाइए कि :

$$(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0$$

If :

$$y = \sin (m \sin^{-1} x)$$

then show that :

$$(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0$$

(स) टेलर प्रमेय से $\tan^{-1} x$ का $\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ की घातों में प्रसार ज्ञात कीजिए।

Expand $\tan^{-1} x$ in powers of $\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ by Taylor's theorem.

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) वक्र :

$$y^3 - x^2y - 2xy^2 + 2x^3 - 7xy + 3y^2 + 2x^2 + 2x + 2y + 1 = 0$$

की अन्नत स्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए :

Find the asymptotes of the curve :

$$y^3 - x^2y - 2xy^2 + 2x^3 - 7xy + 3y^2 + 2x^2 + 2x + 2y + 1 = 0$$

(ब) सिद्ध कीजिए कि चक्रज :

$$x = a(t + \sin t)$$

$$y = a(1 - \cos t)$$

के किसी बिन्दु t पर वक्रता त्रिज्या $\rho = 4a \cos\left(\frac{t}{2}\right)$ होती है।

Prove that the radius of curvature at any point t of the cycloid :

$$x = a(t + \sin t)$$

$$y = a(1 - \cos t)$$

is $\rho = 4a \cos\left(\frac{t}{2}\right)$.

(स) वक्र :

$$y^2(2a - x) = x^3$$

का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve :

$$y^2(2a - x) = x^3$$

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) यदि :

$$\phi(n) = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x dx$$

तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\phi(n) + \phi(n-2) = \frac{1}{n-1}$$

If :

$$\phi(n) = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x \, dx$$

then prove that :

$$\phi(n) + \phi(n-2) = \frac{1}{n-1}$$

(ब) वक्र :

$$a^2x^2 = y^3(2a - y)$$

का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the curve :

$$a^2x^2 = y^3(2a - y)$$

(स) हृदयाभ :

$$r = a(1 - \cos \theta)$$

की सम्पूर्ण लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the whole length of the cardioid :

$$r = a(1 - \cos \theta)$$

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) हल कीजिए :

$$y = 2px + y^2p^3$$

Solve :

$$y = 2px + y^2p^3$$

(ब) वक्र कुल $r^n \sin \theta = a^n$ का लम्बकोणीय संछेदी ज्ञात कीजिए, जहाँ a कुल का प्रचाल है।

Find the orthogonal trajectories of the given family curves $r^n \sin \theta = a^n$, a being parameter.

(स) हल कीजिए :

$$(D^2 + 4)y = \sin^2 x$$

Solve :

$$(D^2 + 4)y = \sin^2 x$$

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 3)y = e^{-x^2}$$

Solve that :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 3)y = e^{-x^2}$$

(ब) प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + a^2 y = \sec ax$$

Solve by method of variation of parameters :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + a^2 y = \sec ax$$

(स) हल कीजिए :

$$\frac{dx}{z(x+y)} = \frac{dy}{z(x-y)} = \frac{dz}{x^2 + y^2}$$

Solve :

$$\frac{dx}{z(x+y)} = \frac{dy}{z(x-y)} = \frac{dz}{x^2 + y^2}$$