

Roll No. ....

**DD-2650****B. A./B. Sc./B. Sc. B. Ed. (Part I)****EXAMINATION, 2020**

MATHEMATICS

Paper Third

**(Vector Analysis and Geometry)**

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

**नोट :** प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.

**इकाई—1****(UNIT—1)**

1. (अ) सदिशों  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  का व्युत्क्रम निकाय परिभाषित कीजिए। यदि  $\vec{a}', \vec{b}', \vec{c}'$  क्रमशः  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  के व्युत्क्रम निकाय सदिश हों, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\vec{a}' \times \vec{b}' + \vec{b}' \times \vec{c}' + \vec{c}' \times \vec{a}' = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]}$$

**(A-28) P. T. O.**

Define the reciprocal system of vectors  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ . If  $\vec{a}', \vec{b}', \vec{c}'$  are reciprocal vectors of vectors  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  respectively, then prove that :

$$\vec{a}' \times \vec{b}' + \vec{b}' \times \vec{c}' + \vec{c}' \times \vec{a}' = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]}$$

(ब) यदि :

$$\vec{a} = \sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j} + \theta \hat{k}$$

$$\vec{b} = \cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j} - 3 \hat{k}$$

और  $\vec{c} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$

हो, तो  $\theta = 0$  पर  $\frac{d}{d\theta} \{ \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) \}$  का मान ज्ञात कीजिए।

If :

$$\vec{a} = \sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j} + \theta \hat{k}$$

$$\vec{b} = \cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j} - 3 \hat{k}$$

$$\vec{c} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$$

find  $\frac{d}{d\theta} \{ \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) \}$  at  $\theta = 0$ .

(स) यदि :

$$V = e^{xyz} (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$$

हो, तो curl V ज्ञात कीजिए।

**(A-28)**

If :

$$V = e^{xyz}(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$$

find curl V.

**इकाई—2**  
**(UNIT—2)**

2. (अ) यदि :

$$\vec{r}(t) = 5t \vec{i} + t \vec{j} - t^3 \vec{k}$$

हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_1^2 \vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} dt = -14 \vec{i} + 75 \vec{j} - 15 \vec{k}.$$

If :

$$\vec{r}(t) = 5t \vec{i} + t \vec{j} - t^3 \vec{k}$$

show that :

$$\int_1^2 \vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} dt = -14 \vec{i} + 75 \vec{j} - 15 \vec{k}.$$

(ब) दर्शाइए कि :

$$\iint_S (ax \vec{i} + by \vec{j} + cz \vec{k}) \cdot \hat{n} dS = \frac{4}{3} \pi (a + b + c),$$

जहाँ S गोले  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  की सतह है।

Show that :

$$\iint_S (ax \vec{i} + by \vec{j} + cz \vec{k}) \cdot \hat{n} dS = \frac{4}{3} \pi (a + b + c),$$

where S is the surface of the sphere

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

(स) स्टोक्स के प्रमेय का सत्यापन  $\vec{F} = (x^2 + y^2)\vec{i} - 2xy\vec{j}$  के लिए कीजिए जबकि समाकल को  $x = \pm a$ ,  $y = 0$ ,  $y = b$  से बने आयत के परितः किया गया है।

Verify Stokes theorem for  $\vec{F} = (x^2 + y^2)\vec{i} - 2xy\vec{j}$  taken round to rectangle bounded by  $x = \pm a$ ,  $y = 0$ ,  $y = b$ .

**इकाई—3**  
**(UNIT—3)**

3. (अ) शांकव

$$21x^2 - 6xy + 29y^2 + 6x - 58y - 151 = 0.$$

का अनुरेखण कीजिए :

Trace the conic :

$$21x^2 - 6xy + 29y^2 + 6x - 58y - 151 = 0.$$

(ब) किसी शांकव में सिद्ध कीजिए कि दो लम्बरूप नाभीय जीवाओं के व्युत्क्रमों का योग अचर होता है।

In a conic prove that the sum of the reciprocals of two perpendicular focal chords is constant.

(स) शांकव  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  के बिन्दु “ $\alpha$ ” पर स्पर्शरेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

To find the equation of the tangent at the point “ $\alpha$ ” of the conic :

$$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta.$$

**इकाई—4**  
**(UNIT—4)**

4. (अ) उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ) और आधार वक्र  $ax^2 + by^2 = 1$ ,  $z = 0$  है।

Find the equation of the cone whose vertex is  $(\alpha, \beta, \gamma)$  and base curve  $ax^2 + by^2 = 1, z = 0$ .

- (ब) उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 2 है तथा अक्ष सरल रेखा  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$  है।

Find the equation of right circular cylinder whose radius is 2 and axis is the line  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$ .

- (स) बिन्दु  $(1, 2, 3)$  से होकर जाने वाली रेखा :

$$x - y + 2z = 5$$

$$3x + y + z = 6.$$

के समांतर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the line through the point  $(1, 2, 3)$  parallel to the line :

$$x - y + 2z = 5$$

$$3x + y + z = 6.$$

**इकाई—5**

**(UNIT—5)**

5. (अ) अतिपरवलयज :

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$$

के बिन्दु  $(2, 3, -4)$  से होकर जाने वाली जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the generating lines of the hyperboloid :

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$$

which pass through the point  $(2, 3, -4)$ .

- (ब) दीर्घवृत्तज  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$  के समतल  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$  द्वारा प्रतिच्छेद का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the section of the ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \text{ by the plane } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

- (स) समीकरण :

$$x^2 + 4y^2 + z^2 - 4yz + 2zx - 4xy - 2x + 4y$$

$$- 2z - 3 = 0$$

का प्रामाणिक रूप में समानयन कीजिए।

Reduce the equation to the standard form :

$$x^2 + 4y^2 + z^2 - 4yz + 2zx - 4xy - 2x + 4y$$

$$- 2z - 3 = 0.$$