

ED-2709

B. A./B. Sc./B. Sc. B. Ed. (Part II) EXAMINATION, 2021

MATHEMATICS

Paper Second

(Differential Equations)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न से दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any *two* parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{2n}{x} J_n(x) = J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x)$$

Prove that :

$$\frac{2n}{x} J_n(x) = J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x)$$

(ब) सिद्ध कीजिए कि :

$$P'_n(-1) = (-1)^n \frac{n}{2}(n+1)$$

Prove that :

$$P'_n(-1) = (-1)^n \frac{n}{2}(n+1)$$

(स) स्टर्म-ल्यूविल समस्या :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + \lambda y = 0$$

$$y'(1) = 0 - y'(e^{2\pi}), \quad \lambda \geq 0, x > 0$$

के आइगेन मानों और आइगेन फलनों को प्राप्त कीजिए।

For Sturm-Liouville problem :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + \lambda y = 0$$

$$y'(1) = 0 - y'(e^{2\pi}), \quad \lambda \geq 0, x > 0$$

find eigen value an eigen function.

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) मान ज्ञात कीजिए :

$$L\{e^t \sin^2 t\}$$

Evaluate :

$$L\{e^t \sin^2 t\}$$

(ब) संवलन प्रमेय का प्रयोग करके मान ज्ञात कीजिए :

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{s(s^2 + 4)^2} \right\}$$

Use convolution theorem to find the value of :

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{s(s^2 + 4)^2} \right\}$$

(स) हल कीजिए :

$$(D^2 + 9)y = \cos 2t$$

यदि $y(0) = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$

Solve :

$$(D^2 + 9)y = \cos 2t$$

if $y(0) = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) संबंध :

$$z = y^2 + 2f\left(\frac{1}{x} + \log y\right)$$

से स्वेच्छ फलन f का विलोपन कीजिए।

Eliminate the arbitrary function f from the relation :

$$z = y^2 + 2f\left(\frac{1}{x} + \log y\right)$$

(ब) चारपिट विधि से हल कीजिए :

$$(p^2 + q^2)y = 9z$$

Solve by Charpit's method :

$$(p^2 + q^2)y = 9z$$

(स) पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए :

$$z(p^2 - q^2) = x - y$$

Find complete method :

$$z(p^2 - q^2) = x - y$$

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) हल कीजिए :

$$t + s + q = 0$$

Solve :

$$t + s + q = 0$$

(ब) हल कीजिए :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = xy$$

Solve :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = xy$$

(स) मोन्जे विधि से हल कीजिए :

$$y^2 r - 2ys + t = p + 6y$$

Solve by Monge's method :

$$y^2 r - 2ys + t = p + 6y$$

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) फलनक :

$$\Gamma[y(x)] = \int_0^1 xy + y^2 - 2y^2y' dx,$$
$$y(0) = 1, \quad y(1) = 2$$

के चरम मान के लिए परीक्षण कीजिए।

Test for extremum of the functional

$$\Gamma[y(x)] = \int_0^1 xy + y^2 - 2y^2y' dx,$$
$$y(0) = 1, \quad y(1) = 2$$

(ब) परवलय $y = x^2$ और सरल रेखा $x - y = 5$ के बीच की लघुतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the parabola $y = x^2$ and the straight line $x - y = 5$.

(स) क्या $A(0, 0)$ और $B(a, 0)$ से होकर जाने वाले फलनक

$$I[y(x)] = \int_0^a y'^2 + y^2 + x^2 dx$$

के चरम के लिए जैकोबी प्रतिबंध संतुष्ट होता है ?

Is the Jacobi condition fulfilled for the extremal of the functional :

$$I[y(x)] = \int_0^a y'^2 + y^2 + x^2 dx$$

Passing through $A(0,0)$ and $B(a,0)$?