

ED-2761

B. A./B. Sc./B. Sc. B. Ed. (Part III) EXAMINATION, 2021

MATHEMATICS

Paper Third (B)

(Discrete Mathematics)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न से दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any *two* parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) आगमन-निगमन विधि से सिद्ध कीजिए कि $2^n > n^3$ जहाँ $n > 10$ एक पूर्णांक है।

Prove by method of induction that $2^n > n^3$ where $n > 10$ is an integer.

- (ब) समीकरण $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 13$, $0 \leq x_i \leq 5$, $i = 0$ से 5 तक के सभी पूर्णांक हलों को ज्ञात कीजिए।

Find the integer solutions of equation

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 13, 0 \leq x_i \leq 5, i = 0 \text{ to } 5.$$

P. T. O.

- (स) भाषा $L = \{aaaa, aabb, bbaa, bbbb\}$ के लिए व्याकरण की संरचना कीजिए।

Construct a grammar for the language.

$$L = \{aaaa, aabb, bbaa, bbbb\}$$

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) सिद्ध कीजिए कि 1,00,000 व्यक्तियों में कम से कम दो व्यक्ति ऐसे हैं जिन्होंने ठीक एक समय (घंटा, मिनट, सेकण्ड) में जन्म लिया है।

Prove that among 1,00,000 people, there are at least two who were born at exactly the same time (hour, minute and second)

- (ब) यदि समुच्चय A में R एक तुल्यता सम्बन्ध है, तो सिद्ध कीजिए कि R^{-1} समुच्चय A में एक तुल्यता सम्बन्ध है।

Prove that if R is an equivalence relation on a set A , then R^{-1} is also an equivalence relation on A .

- (स) एक ग्राफ $G = (V, E)$ दिया हुआ है जिसमें :

$$V = V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, E = \{(V_1, V_2), (V_1, V_5), (V_2, V_3), (V_2, V_4), (V_3, V_4), (V_3, V_5), (V_4, V_5)\}$$

उपरोक्त ग्राफ की आसन्नता व आपतन आव्यूह ज्ञात कीजिए।

The following graph $G = (V, E)$ where :

$$V = V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, E = \{(V_1, V_2), (V_1, V_5), (V_2, V_3), (V_2, V_4), (V_3, V_4), (V_3, V_5), (V_4, V_5)\}$$

is given. Find the adjacency and incidence matrix of the above graph.

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) परिमित अवस्था यंत्र को उदाहरण देकर समझाइए।

Explain finite state machine with example.

- (ब) बबल सॉर्ट एल्गोरिथम लिखिए।

Write bubble sort algorithm.

- (स) अनन्त अनुक्रम $1, \alpha, \alpha^2, \alpha^3, \dots$ के लिए जनक फलन ज्ञात कीजिए, जहाँ α स्थिर अक्षर है।

Find the generating function for the infinite sequence $1, \alpha, \alpha^2, \alpha^3, \dots$, where α is fixed constant.

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) निम्नलिखित अंतर समीकरण का विशेष हल ज्ञात कीजिए।

$$a_r + 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 3r^2 - 2r + 1$$

Find the particular solution of the following difference equation.

$$a_r + 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 3r^2 - 2r + 1$$

- (ब) जनक फलन विधि का प्रयोग कर निम्नलिखित अंतर समीकरण हल कीजिए।

$$a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2, r > 2$$

दिये गये परिसीमा प्रतिबंध है :

$$a_0 = 1, a_{r=2}$$

Solve by the method of generating functions the recurrence relation.

$$a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2, r > 2$$

with the boundary conditions

$$a_0 = 1, a_{r=2}$$

- (स) सिद्ध कीजिए कि एक परिमित समूह के किसी उपसमूह की कोटि उस समूह की कोटि की विभाजक होती है।

Prove that the order of any subgroup of a finite group is a divisor of the order of the group.

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) वितरण जालक की परिभाषा दीजिए। दिखाइये कि वितरण जालक में यदि किसी अवयव का पूरक विद्यमान है तो वह अद्वितीय होता है।

Define distributive lattice. Show that in a distributive lattice if an element has a complement, then it is unique.

- (ब) निम्नलिखित बूलीय फलन को संयोजनीय प्रसमान्य रूप में लिखिए।

$$f(x, y, z) = x \cdot y \cdot z + (x + y)(x + z)$$

Express the following function into conjunctive normal form.

$$f(x, y, z) = x \cdot y \cdot z + (x + y)(x + z)$$

- (स) यदि $(B, V, \wedge, ')$ एक बूलीय बीजगणित है तो किसी $\forall a, b \in B$ के लिए, सिद्ध कीजिए कि $(a \vee b)' = (a \wedge b)'$

If $(B, V, \wedge, ')$ is a Boolean algebra, then prove that :

$$(a \vee b)' = (a \wedge b)' \quad \forall a, b \in B$$