



1577

B.A./B.Sc. (Part-I) Examination, 2023
MATHEMATICS
Second Paper
(Calculus)

Duration of Examination: 3 Hours

परीक्षा की अवधि: 3 घण्टा

Max. Marks: 75 for Science

65 for Arts

पूर्णांक: 75 विज्ञान के लिए

65 कला के लिए

Instructions to the Candidates:

परीक्षार्थी के लिए निर्देश:-

Part-A (Compulsory) / भाग-अ (अनिवार्य)

Answer all ten questions (upto 20 words each). Each question carries equal marks.

सभी दस प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 20 शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (Marks-15)

Part-B (Compulsory) / भाग-ब (अनिवार्य)

Answer all five questions (upto 50 words each). Each question carries equal marks.

सभी पाँच प्रश्न कीजिये। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (Marks-15)

Part-C / भाग-स

Answer any three questions (upto 400 words each). Selecting one question from each Unit. Each question carries equal marks.

प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल तीन प्रश्न कीजिये। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 400 शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (Marks-45)

Part-A

भाग-अ

1- Find $\frac{ds}{d\theta}$ for the following curve.

निम्न वक्र के लिए $\frac{ds}{d\theta}$ ज्ञात कीजिए:-

$$r = ae^{\theta \tan \alpha}$$

2- Write, how many asymptotes do parabola have?

परवलय की अनन्त स्पर्शियों की संख्या लिखिए।

3- How many types of asymptotes are there? Please write the name.

अनन्त स्पर्शियाँ कितने प्रकार की होती हैं? नाम लिखिए।

4- Define curvature and radius of curvature.

वक्रता तथा वक्रता त्रिज्या को परिभाषित कीजिए।

5- Define homogeneous function with example.

उदाहरण देकर समघात फलन को परिभाषित कीजिए।



6- What is the jacobian of p, q, r w.r.t. x, y, z given

$$p = x + y + z, q = y + z, r = z$$

p, q, r का x, y, z के सापेक्ष जेकोबिसन क्या होगा, यदि

$$p = x + y + z, q = y + z, r = z$$

7- What is the curvature of the curve $x^2 + y^2 = 25$?

वक्र $x^2 + y^2 = 25$ की वक्रता क्या होगी?

8- Prove that:- $\sqrt{(n+1)} = n\sqrt{n} ; n > 0$

सिद्ध कीजिए:- $\sqrt{(n+1)} = n\sqrt{n} ; n > 0$

9- Evaluate :- $\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} xy \, dx \, dy$

मान ज्ञात कीजिए:- $\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} xy \, dx \, dy$

10- State Liouville's extension of Dirichlet's integral.

डिरिचलिट समाकल की लिवेली व्यापीकरण का कथन दीजिए।

Part-B / भाग-ब

11- Prove that the locus of the extremity of the polar subnormal of the curve $r = f(\theta)$ is the curve

$$r = f'\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

सिद्ध कीजिए कि वक्र $r = f(\theta)$ के ध्रुवी अधोलम्ब के पाद का बिन्दुपथ $r = f'\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ होता है।

12- For the curve $r^m = a^m \cos m\theta$, prove that $\rho = \frac{a^m}{(m+1)r^{m-1}}$

वक्र $r^m = a^m \cos m\theta$ के लिए सिद्ध कीजिए:-

$$\rho = \frac{a^m}{(m+1)r^{m-1}}$$

13- Find the intrinsic equation of the curve $p = r \sin \alpha$

वक्र $p = r \sin \alpha$ का नैज समीकरण ज्ञात कीजिए।



- 14- If $f'(x) = (x-a)^{2n}(x-b)^{2m+1}$ (Where m and n are positive integers) is the derivative of a function f then show that ' $x=b$ ' gives a minimum but ' $x=a$ ' is neither a maximum of a minimum.
- यदि $f'(x) = (x-a)^{2n}(x-b)^{2m+1}$, (जहाँ m व n धनात्मक पूर्णांक हैं) प्रथम अवकलज है f का, तब सिद्ध कीजिए कि ' $x=b$ ' न्यूनतम मान देता है तथा ' $x=a$ ' ना ही अधिकतम और ना ही न्यूनतम मान देता है।
- 15- Integrate $r \sin \theta$ over the area of the Cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$ about the initial line.
- कार्डियोइड $r = a(1 + \cos \theta)$ के आरम्भिक रेखा से ऊपर वाले क्षेत्र पर $r \sin \theta$ का समाकलन कीजिए।

Part-C / भाग-स

Unit-I / इकाई-I

- 16- (a) Find the asymptotes of
- $$x^3 + 4x^2y + 4xy^2 + 5x^2 + 15xy + 10y^2 - 2y + 1 = 0$$
- निम्न वक्र की अनन्त स्पर्शी ज्ञात कीजिए।
- $$x^3 + 4x^2y + 4xy^2 + 5x^2 + 15xy + 10y^2 - 2y + 1 = 0$$
- (b) Show that $y = mx + c$ is an asymptote of the curve.
- $$y = mx + c + \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^3} + \dots$$
- सिद्ध कीजिए $y = mx + c$, निम्न वक्र की एक अनन्त स्पर्शी है।
- $$y = mx + c + \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^3} + \dots$$

OR / अथवा

Trace the following curves.
निम्न वक्रों का अनुरेखण कीजिए।

- (a) $r = 10 + 20 \cos \theta$
(b) $r = 20 + 10 \cos \theta$

Unit-II / इकाई-II

- 17- (a) If $u = \begin{vmatrix} x^2 & y^2 & z^2 \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$; then prove that $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$
- यदि $u = \begin{vmatrix} x^2 & y^2 & z^2 \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$; तब सिद्ध कीजिए कि :- $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$



- (b) Transform the following equation by the substitution $x = \tan z$
समीकरण को $x = \tan z$ प्रतिस्थापन रखकर परिवर्तित कीजिए।

$$(1-x^2)^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 2x(1+x^2) \frac{dy}{dx} + y = 0$$

OR / अथवा

Prove that a rectangular solid of maximum volume within a sphere is a cube.
सिद्ध कीजिए कि एक गोले के अंतर्गत अधिकतम आयतन वाला आयताकार ठोस एक घन होता है।

Unit-III / इकाई-III

18-

Evaluate (मान ज्ञात कीजिए) :- $\int_{-\infty}^{\infty} e^{x^2} dx$

Hence deduce that (फलतः निगमन कीजिए) :- $\int_{-\infty}^{\infty} \sin x^2 dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$

OR / अथवा

Find the curved surface area of a right circular cone, whose semi vertical angle is α , height h and base radius is a . Also find the volume of the cone.

उस लम्बवृत्तीय शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका अर्ध शीर्ष कोण α , ऊँचाई h तथा आधार त्रिज्या a हो। साथ ही इसका आयतन भी ज्ञात कीजिए।
