



1576

B.A./B.Sc. (Part-I) Examination, 2023
MATHEMATICS
First Paper
(Higher Algebra)

Duration of Examination: 3 Hours
परीक्षा की अवधि: 3 घण्टा

Max. Marks: 75 for Science
65 for Arts
पूर्णांक: 75 विज्ञान के लिए
65 कला के लिए

Instructions to the Candidates:
परीक्षार्थी के लिए निर्देश:-

Part-A (Compulsory) / भाग-अ (अनिवार्य)

Answer all ten questions (upto 20 words each). Each question carries equal marks.

सभी दस प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 20 शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (Marks-15)

Part-B (Compulsory) / भाग-ब (अनिवार्य)

Answer all five questions (upto 50 words each). Each question carries equal marks.

सभी पाँच प्रश्न कीजिये। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (Marks-15)

Part-C / भाग-स

Answer any three questions (upto 400 words each). Selecting one question from each Unit. Each question carries equal marks.

प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल तीन प्रश्न कीजिये। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 400 शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (Marks-45)

Part-A
भाग-अ

- 1- Define well ordering principle.
सुक्रमण सिद्धान्त की परिभाषा दीजिये।
- 2- Define Fibonacci sequence with example.
फिबोनाची अनुक्रम को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिये।
- 3- How many positive integers < 2023 and prime to 2023?
2023 से कम तथा उसके सापेक्ष अभाज्य धन पूर्णाकों की संख्या कितनी होगी?
- 4- Define Diophantine equations of second degree.
द्विघात डायोफेन्टाइन समीकरण की परिभाषा दीजिये।
- 5- If $N = a^2 + 1$, prove that $\sqrt{N} = a + \frac{1}{2a+} + \frac{1}{2a+} \dots$
यदि $N = a^2 + 1$, हो तो सिद्ध कीजिये $\sqrt{N} = a + \frac{1}{2a+} + \frac{1}{2a+} \dots$



- 6- Define Recurring continued fractions.
आवर्ती वितत भिन्नों की परिभाषा दीजिये।
- 7- Find the number of roots of the equations $\cos x = x$ graphically.
समीकरण $\cos x = x$ के मूलों की संख्या लेखाचित्र की सहायता से ज्ञात कीजिये।
- 8- If $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ are roots of a biquadratic equation, then write the number of terms in $\sum \alpha\beta^2\gamma^2$
यदि $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ एक चतुर्घात समीकरण के मूल हो तो $\sum \alpha\beta^2\gamma^2$ में पदों की संख्या लिखिये।
- 9- Solve the given equation by Vedic method and also write the name of Vedic method.
समीकरण को वैदिक विधि से हल कीजिये एवं साथ ही वैदिक विधि का नाम भी लिखिये।
- $$\frac{3}{x+1} + \frac{4}{x+2} = \frac{7}{x+3}$$

- 10- Define Reciprocal Equation and also give its example.
व्युत्क्रम समीकरण की परिभाषा दीजिये साथ ही उसका एक उदाहरण भी दीजिए।

Part-B / भाग-ब

- 11- State and prove Pascal's Rule.
पास्कल नियम का कथन लिखिए और सिद्ध कीजिये।
- 12- Prove that every even perfect number has the last digit either 6 or 8.
सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक सम परिपूर्ण संख्या का अन्तिम अंक 6 या 8 होता है।
- 13- If b and c are real and $2 - \sqrt{-3}$ is a root of the equation $x^3 + x^2 + bx + c = 0$, What are its other roots and find value of C.
यदि b तथा c वास्तविक है तथा $2 - \sqrt{-3}$ समीकरण $x^3 + x^2 + bx + c = 0$ का एक मूल है तो इसके अन्य मूल क्या हैं तथा C का मान क्या होगा?
- 14- If the roots of $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$ are in H.P. show that $2q^3 = r(3pq - r)$
यदि समीकरण $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$ के मूल हरात्मक श्रेणी में हैं तो प्रदर्शित कीजिए $2q^3 = r(3pq - r)$
- 15- If α, β, γ are the roots of the cubic equation $x^3 + qx + r = 0$ find the equation whose roots are:
 $(\alpha - \beta)^2, (\beta - \gamma)^2, (\gamma - \alpha)^2$
यदि α, β, γ त्रिघात समीकरण $x^3 + qx + r = 0$ के मूल हो तो समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल $(\alpha - \beta)^2, (\beta - \gamma)^2, (\gamma - \alpha)^2$ हैं।



Part-C / भाग-स

Unit-I / इकाई-I

- 16- (a) Establish the Benouli inequality by Principle of mathematical induction. If $1 + a$ then $(1+a)^n \geq 1+na \forall n \geq 1$
गणितीय आगमन सिद्धान्त से बरनौली असमिका को सत्यापित कीजिए, यदि $1 + a$, तब $(1+a)^n \geq 1+na \forall n \geq 1$
- (b) State and prove fermut's little theorem.
फर्मा लघु प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिये।

OR / अथवा

- (a) State Euclid algorithm. Find gcd of 28 and 49 and express it as a linear combination of these numbers.
यूक्लिड एल्गोरिथम का कथन दीजिये। 28 तथा 49 का GCD ज्ञात करिए तथा इसे इन संख्याओं के रैखिक संयोजन में व्यक्त कीजिये।
- (b) State and prove the Euler's theorem.
आयलर प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिये।

Unit-II / इकाई-II

- 17- (a) Write briefly about fundamental properties of roots of algebraic equations.
बीजीय समीकरण के मूलों के गुणधर्मों का वर्णन कीजिये।
- (b) Find two polynomial P and Q such that if $A = 3x^3 + 4x^2 - 3x + 7$ and $B = x^2 + 2x - 1$, then $QA - PB = 1$
ऐसे दो बहुपद P और Q ज्ञात कीजिए कि यदि $A = 3x^3 + 4x^2 - 3x + 7$ और $B = x^2 + 2x - 1$ तब $QA - PB = 1$

OR / अथवा

- (a) Find the generating function and the general terms of the following recurring series.
 $7 - 6x + 9x^2 + 27x^4 + \dots$
निम्नलिखित आवर्ती श्रृंखला के जनक फलन और सामान्य पद ज्ञात कीजिये।
 $7 - 6x + 9x^2 + 27x^4 + \dots$
- (b) Show that :- $P_n q_{n-1} - P_{n-1} q_n = (-1)^n$
दिखलाइए कि:- $P_n q_{n-1} - P_{n-1} q_n = (-1)^n$



Unit-III / इकाई-III

- 18- (a) If the sum of two roots of equation $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ is equal to zero, then show that $r^2 + p^2s = pqr$

यदि समीकरण $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ के दो मूलों का योग शून्य हो तो प्रदर्शित कीजिए कि $r^2 + p^2s = pqr$

- (b) Solve the equation by Ferrari's method.

समीकरण को फेरारी विधि से हल कीजिये।

$$2x^4 + 6x^3 - 3x^2 + 2 = 0$$

OR / अथवा

- (a) Solve the following system of equations by vedic method.

निम्न समीकरण निकाय को वैदिक विधि से हल कीजिये।

$$2x - 4y + 9z = 28$$

$$7x + 3y - 5z = 3$$

$$9x + 10y - 11z = 4$$

- (b) If α, β, γ are the roots of equation $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$, show that the equation in y whose roots

are $\frac{\beta\gamma - \alpha^2}{\beta + \gamma - 2\alpha}, \frac{\gamma\alpha - \beta^2}{\gamma + \alpha - 2\beta}, \frac{\alpha\beta - \gamma^2}{\alpha + \beta - 2\gamma}$

is obtained by the transformation $axy + b(x + y) + c = 0$ also find the equation in y .

यदि α, β, γ समीकरण $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$ के मूल हैं तो दिखाइए कि वह समीकरण जिसके मूल

$\frac{\beta\gamma - \alpha^2}{\beta + \gamma - 2\alpha}, \frac{\gamma\alpha - \beta^2}{\gamma + \alpha - 2\beta}, \frac{\alpha\beta - \gamma^2}{\alpha + \beta - 2\gamma}$ तो, रूपान्तरण $axy + b(x + y) + c = 0$ द्वारा ज्ञात होता है। y में भी समीकरण ज्ञात कीजिये।
