https://universitynews.in/

Total No. of Pages : 3]

4360

A-925

[Total No. of Questions : 18

B.A. B.Sc. (Part - II) :XAMINATION - 2022

MATI.:MATICS

Firs Paper

(Abstract Algebra)

Duration : 90 Minutes] *[Max. Marks : 75 for Science*

66 for Arts

अवधि : 90 Minutes] *[पूर्णांक : 75 for Science*

66 for Arts

Instructions to the candidates :

Attempt questions to the extent of 50% of maximum marks of the question paper. Any question with or without 'or' or from any unit/section/part may be chosen.

प्रश्न पत्र के किसी भी इकाई/भाग/खंड में से स्वेच्छा से इस प्रकार प्रश्नों का चयन करें कि प्रश्न पत्र के पूर्णांक में से अधिकतम 50% अंकों के प्रश्न हल हो सकें। 'अथवा' के साथ दिए प्रश्नों में भी किसी प्रकार की बाध्यता नहीं है।

Part - A [Marks : 15] Each question carries equal marks. (50 words each)

भाग – अ [अंक : 15] प्रत्येक प्रश्न के समान अंक हैं। (प्रत्येक 50 शब्दों में)

Part - B [Marks : 15] Each question carries equal marks. (100 words each)

भाग – ब [अंक : 15] प्रत्येक प्रश्न के समान अंक हैं। (प्रत्येक 50 शब्दों में)

Part - C [Marks : 45] Each question carries equal marks. (400 words each)

भाग – स [अंक : 45] प्रत्येक प्रश्न के समान अंक हैं। (प्रत्येक 400 शब्दों में)

PART - A / भाग – अ

Q1) Define Commutative group.

क्रमविनिमेय समूह परिभाषित कीजिए।

Q2) Define normalizer of a group.

किसी समूह के प्रसामान्यक को परिभाषित कीजिए।

Q3) State Lagrange's theorem.

लेग्रेंज प्रमेय का प्रकथन लिखिए।

Q4) Prove that the identity element in a group is unique.

सिद्ध कीजिए कि एक समूह में तत्समक अवयव अद्वितीय होता है।

Q5) Define quotient group.

विभाग समूह को परिभाषित कीजिए।

Q6) Find the characteristic of a ring $[Z_4, +_4, \cdot_4]$.

वलय $[Z_4, +_4, \cdot_4]$ का अभिलक्षण ज्ञात कीजिए।

https://universitynews.in/

Q7) Define even and odd permutations.
सम तथा विषम क्रमचय की परिभाषा दीजिये।

Q8) Define Skew field.
विषम क्षेत्र परिभाषित कीजिए।

Q9) Define ring homomorphism.
वलय समाकारिता परिभाषित कीजिए।

Q10) Define prime ideal.
अभाज्य गुणजावली को परिभाषित कीजिए।

PART - B / भाग – ब

Q11) If H is a subgroup of G and (G:H)=2 Prove that $aH=Ha, \ \forall\ a \in G$.
यदि समूह G का एक उपसमूह H है और (G:H)=2 है तो सिद्ध कीजिए की $aH=Ha, \ \forall\ a \in G$.

Q12) Prove that the intersection of any two normal subgroup of a group is a normal subgroup.
सिद्ध कीजिए कि किसी ग्रुप के किन्हीं दो विशिष्ट उपसमूहों का सर्वश्रेष्ठ उस समूह का एक विशिष्ट उपसमूह होता है।

Q13) Prove that the characteristic of an integral domain is either zero or a prime number.
सिद्ध कीजिये कि पूर्णांकीय प्रान्त का अभिलक्षण या तो शून्य है या अखण्डनीय संख्या है।

Q14) Prove that the order of a cycle of length r is r.
सिद्ध कीजिए कि r लम्बाई के चक्र की कोटी r होती है।

Q15) Prove that an ideal I of a commutative ring R with unity is Prime iff R/I is an integral domain.
सिद्ध कीजिए कि किसी क्रमविनिमेय तत्समकी वलय R की कोई गुणजावली I अभाज्य गुणजावली होती है यदि और केवल यदि R/I एक पूर्णांकीय प्रान्त है।

PART - C / भाग – स

UNIT - I / इकाई - I

Q16) Prove that the union of Two subgroups of a group G is a subgroup iff one is contained in the other.
सिद्ध कीजिए कि किसी समूह G के दो उपसमूहों का संघ एक उपसमूह है यदि और केवल यदि एक दूसरे में अंतर्विष्ट हो।

OR/अथवा

Prove that every finite group is isomorphic to some permutation group.
सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक परिमित समूह किसी क्रमचय समूह के तुल्यकारी होता है।

https://universitynews.in

UNIT - II / इकाई - II

Q17) State and prove fundamental theorem on homomorphism.

समाकारिता के मूलभूत प्रमेय का कथन लिख कर सत्यापित कीजिए।

OR/अथवा

Find $\sigma^{-1}\rho\sigma$ when $\rho = \begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4\,5\,6\,7\,8\,9 \\ 7\,8\,9\,6\,4\,5\,2\,3\,1 \end{pmatrix}$ and $\sigma = (1,3,4)(5,6)(2,7,8,9)$. Also express that permutation ρ as a product of disjoint cycles. Find whether ρ is an even or odd permutation.

$\sigma^{-1}\rho\sigma$ ज्ञात कीजिये जबकि $\rho = \begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4\,5\,6\,7\,8\,9 \\ 7\,8\,9\,6\,4\,5\,2\,3\,1 \end{pmatrix}$ तथा $\sigma = (1,3,4)(5,6)(2,7,8,9)$ क्रमचय ρ को असंयुक्त चक्रों के गुणनफल में व्यक्त करके बताइये कि ρ सम क्रमचय है अथवा विषम।

UNIT - III / इकाई - III

Q18) Prove that the set of all real number of the form $m + n\sqrt{2}$, where m and n are integers with ordinary addition and multiplication forms a ring. Is it a field.

सिद्ध कीजिए कि $m + n\sqrt{2}$ जहाँ m तथा n पूर्णांक हों, आकार की वास्तविक संख्याओं का समुच्चय संख्याओं के योग एवं गुणन के लिए वलय हैं। क्या यह क्षेत्र हैं?

OR/अथवा

If $f(x) = 3+5x-7x^2$ and $g(x) = 5+2x-7x^3$ are any two polynomials over the ring $(Z_8, +_8, \cdot_8)$ then find $f(x).g(x)$.

यदि वलय $(Z_8, +_8, \cdot_8)$ पर बहुपद $f(x) = 3+5x-7x^2$ तथा $g(x) = 5+2x-7x^3$ कोई दो बहुपद हों तो $f(x).g(x)$ ज्ञात कीजिये।

https://universitynews.in