



1598

B.A./B.Sc. (Part-II) Examination, 2023
MATHEMATICS
Second Paper
(Differential Equations)

Duration of Examination: 3 Hours
 परीक्षा की अवधि: 3 घण्टा

Max. Marks: 75 for Science
 66 for Arts

पूर्णांक: 75 विज्ञान के लिए
 66 कला के लिए

Instructions to the Candidates:

परीक्षार्थी के लिए निर्देश:-

Part-A (Compulsory) / भाग-अ (अनिवार्य)

Answer all ten questions (upto 50 words each). Each question carries equal marks.

सभी दस प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (Marks-15)

Part-B (Compulsory) / भाग-ब (अनिवार्य)

Answer all five questions (upto 100 words each). Each question carries equal marks.

सभी पाँच प्रश्न कीजिये। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 100 शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (Marks-15)

Part-C / भाग-स

Answer any three questions (upto 400 words each). Selecting one question from each Unit. Each question carries equal marks.

प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल तीन प्रश्न कीजिये। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 400 शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (Marks-45)

Part-A

भाग-अ

1. Define linear differential equation with examples.

रैखिक अवकल समीकरण को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।

2. Define Orthogonal Trajectory.

लंबकोणीय संछेदी को परिभाषित कीजिए।

3. Write the general procedure for finding the singular solutions and extraneous loci of the following differential equation. $f(x, y, p) = 0$

निम्न अवकल समीकरण के विचित्र हल तथा बाह्य बिन्दुपथ ज्ञात करने की सामान्य क्रिया विधि को लिखिये। $f(x, y, p) = 0$

4. Write the value of $\frac{1}{f(\theta)} x^m$ when $f(m) \neq 0$

$\frac{1}{f(\theta)} x^m$ का मान लिखिये जबकि $f(m) \neq 0$



5- Find the complementary function of the following differential equation.
निम्न अवकल समीकरण का पूरक फलन ज्ञात कीजिए।

$$(x+2)\frac{d^2y}{dx^2} - (2x+5)\frac{dy}{dx} + 2y = (x+1)e^x$$

6- Solve :- $(y^2 + z^2 - x^2)dx - 2xy dy - 2xz dz = 0$

हल कीजिए:- $(y^2 + z^2 - x^2)dx - 2xy dy - 2xz dz = 0$

7- Define exact linear differential equation of n^{th} order.
 $n^{\text{वी}}$ कोटि के यथार्थ रैखिक अवकल समीकरण को परिभाषित कीजिए।

8- Define ordinary and singular points of a power series.
निम्न फलन का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात कीजिए।

9- Find the Laplace transform of the following function.
निम्न फलन का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात कीजिए।

$$\sin 5x \sin 3x$$

10- Evaluate:- $L^{-1}\left[\frac{1}{\sqrt{2p+3}}\right]$

मान ज्ञात कीजिए:- $L^{-1}\left[\frac{1}{\sqrt{2p+3}}\right]$

Part-B / भाग-ब

11- Solve :- $(1+xy)y dx + (1-xy)x dy = 0$

हल कीजिए:- $(1+xy)y dx + (1-xy)x dy = 0$

12- Examine the following differential equation for singular solution and extraneous loci, if any
निम्न अवकल समीकरण के विचित्र हल एवं बाह्य अत्वांश यदि हो, तो ज्ञात कीजिए

$$x^2 p^2 - 3xyp + 2y^2 + x^3 = 0$$

13- Solve (हल कीजिए):- $\frac{d^2y}{dt^2} + x + y = 0, \frac{d^2x}{dt^2} - 3x - 4y = 0$



14

Find the normal form and solve.

अभिलम्ब रूप ज्ञात करके हल कीजिए:-

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 3)y = e^{-x^2}$$

15

Using Laplace transform, Evaluate.

$$\int_0^{\infty} x^3 e^x \sin x \, dx$$

लाप्लास रूपान्तर का प्रयोग कर, मान ज्ञात कीजिए।

$$\int_0^{\infty} x^3 e^x \sin x \, dx$$

Part-C / भाग-स

Unit-I / इकाई-I

16- (a) Solve (हल कीजिए) :- $xy^2(p^2 + 2) = 2py^3 + x^3$

(b) Solve (हल कीजिए) :- $(D^2 + 3D + 2)y = x^2 \cos x$

OR / अथवा

(a) Find the general solution of the following differential equation

निम्न अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

$$2x \frac{dy}{dx} = 10x^3 y^5 + y$$

(b) Solve (हल कीजिए) :- $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 3x^2 \frac{dy}{dx} + xy = \sin(\log x)$

Unit-II / इकाई-II

17- (a) Solve (हल कीजिए) :- $x \frac{d^2 y}{dx^2} - 2(x+1) \frac{dy}{dx} + (x+2)y = (x-2)e^{2x}$

(b) Solve by the method of variation of parameters.

प्राचाल विधि द्वारा हल कीजिए:-

$$(x+2) \frac{d^2 y}{dx^2} - (2x+5) \frac{dy}{dx} + 2y = (1+x)e^x$$

OR / अथवा



- (a) Solve (हल कीजिए) :- $(2xz - yz)dx + (2yz - xz)dy - (x^2 - xy + y^2)dz = 0$
- (b) Solve (हल कीजिए) :- $2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 15x \frac{dy}{dx} - 7y = 3x^2$

Unit-III / इकाई-III

- 18- (a) Find the power series solution at $x=0$
 $x=0$ के परित घात श्रेणी हल ज्ञात कीजिए।

$$(1+x^2) \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = 0$$

- (b) Find (ज्ञात कीजिए) :- $L^{-1} \left[\frac{1}{(p+1)(p^2+1)} \right]$

OR / अथवा

- (a) Solve the Laplace transform technique.

$$(D^2 + 2D + 1)y = 3te^{-t}$$

given that $y = 4, D_y = 2$; when $t=0$

लाप्लास रूपान्तर विधि से हल कीजिए:-

$$(D^2 + 2D + 1)y = 3te^{-t}$$

दिया है $y = 4, D_y = 2$, जबकि $t=0$

- (b) Write Legendre's differential equation and find its series solution.
लिजान्दे अवकल समीकरण को लिखिये तथा उसका श्रेणी हल ज्ञात कीजिए।
