



1599

B.A./B.Sc. (Part-II) Examination, 2023
MATHEMATICS
Third Paper
(Mechanics)

Duration of Examination: 3 Hours
परीक्षा की अवधि: 3 घण्टा

Max. Marks: 75 for Science
68 for Arts
पूर्णांक: 75 विज्ञान के लिए
68 कला के लिए

Instructions to the Candidates:
परीक्षार्थी के लिए निर्देश:-

Part-A (Compulsory) / भाग-अ (अनिवार्य)

Answer all ten questions (upto 50 words each). Each question carries equal marks.
सभी दस प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (Marks-15)

Part-B (Compulsory) / भाग-ब (अनिवार्य)

Answer all five questions (upto 100 words each). Each question carries equal marks.
सभी पाँच प्रश्न कीजिये। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 100 शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (Marks-15)

Part-C / भाग-स

Answer any three questions (upto 400 words each). Selecting one question from each Unit. Each question carries equal marks.
प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल तीन प्रश्न कीजिये। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 400 शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। (Marks-45)

Part-A

भाग-अ

1. Give intrinsic equation of the common catenary.
साधारण कैटनरी का नैज समीकरण दीजिए।

2. Define Cone of friction.
घर्षण शंकु को परिभाषित कीजिए।

3. Give the equation of resultant force in case of general conditions of equilibrium of rigid body under several coplanar forces.
अनेक समतलीय बलों के अन्तर्गत एक पिण्ड के साम्यावस्था के परिपेक्ष में परिणामी बल का समीकरण दीजिए।

4. Give the expression for tangential and normal acceleration.
स्पर्शरिख्तीय तथा अभिलाम्बिक त्वरणों का व्यंजक दीजिए।

5. Define Simple Harmonic motion.
सरल आवर्त गति को परिभाषित कीजिए।



6- If the angular velocity of a point moving in a plane curve be constant about a fixed origin, then show that its transverse acceleration varies as its radial velocity.

यदि किसी समतल वक्र में गतिमान बिन्दु का मूल बिन्दु के सापेक्ष कोणीय वेग अचर हो तो प्रदर्शित कीजिए कि उसका अनुप्रस्थ त्वरण अरीय वेग के समानुपाती होता है।

7- Define Hook's Law for elastic strings and Modulus of elasticity.

प्रत्यास्थ डोरी के लिए हुक का नियम तथा तत्यास्थ गुणांक को परिभाषित कीजिए।

8- Define Constrained motion.

प्रतिबंधित गति को परिभाषित कीजिए।

9- Define Apse.

स्तब्धता को परिभाषित कीजिए।

10- Give the Kepler's Laws for Planetary motion.

ग्रहों की गति के लिए केप्लर के नियम दीजिए।

Part-B / भाग-ब

11- A uniform beam of length $2a$ rests in equilibrium position against smooth vertical wall and over a smooth peg at a distance b from the wall. If θ be the inclination of the beam to the vertical, Show that

$$\sin^3 \theta = \frac{b}{a}$$

एक $2a$ लम्बी एकसमान छड़ एक चिकनी खूँटी के ऊपर तथा चिकनी उर्ध्व दीवार के सहारे साम्यावस्था में है। यदि खूँटी दीवार से b दूरी पर हो तथा दीवार से छड़ θ कोण बनाती है तो सिद्ध करो

$$\sin^3 \theta = \frac{b}{a}$$

12- Find the relation between angle of friction and coefficient of friction.

घर्षण कोण तथा घर्षण गुणांक के बीच सम्बन्ध ज्ञात कीजिए।

13- Derive the relation between angular velocity and linear velocity.

कोणीय वेग तथा रेखीय वेग में सम्बन्ध ज्ञात कीजिए।

14- A point moves in a straight line with S.H.M. has velocities v_1 and v_2 when its distance from the centre

be x_1 and x_2 . Show that the period of motion is $2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}}$



एक कण सरल आवर्त गति से एक सरल रेखा पर गतिमान है। तब कण की केन्द्र से दूरी x_1 तथा x_2 है तथा इसका वेग क्रमशः v_1 तथा v_2 है। सिद्ध कीजिए कि आवर्त काल होगा:-

$$2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}}$$

15-

A particle is moving on a smooth curve and its velocity varies as the arcual distance from the highest point. Prove that the curve is cycloid.

एक कण एक चिकने वक्र पर गतिमान है तथा इसका वेग उच्चतम बिन्दु से चापीय दूरी के समानुपाती है सिद्ध कीजिए कि वक्र एक चक्रज है।

Part-C / भाग-स

Unit-I / इकाई-I

16-

A ladder whose C.G. divides it into two portions of length a and b . rest with one end on a rough horizontal floor and the other and against a rough vertical wall. If the coefficient of friction at the floor and the wall be μ and μ' respectively, show that the inclination of the ladder to the floor, when equilibrium all

limiting is $\tan^{-1} \left\{ \frac{a - b\mu\mu'}{\mu(a+b)} \right\}$

हल कीजिए

एक सीढ़ी का गुरुत्व केन्द्र इसे दो भागों a और b में बाँटता है। सीढ़ी का एक सिरा रूक्ष क्षैतिज फर्श पर तथा दूसरा रूक्ष उर्ध्वाधर दीवार पर टिका है। यदि फर्श तथा दीवार के घर्षण गुणांक क्रमशः μ तथा μ' हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि सीमान्त संतुलन में सीढ़ी का फर्श से झुकाव होगा।

$$\tan^{-1} \left\{ \frac{a - b\mu\mu'}{\mu(a+b)} \right\}$$

OR / अथवा

A uniform chain of length l hangs between two points A and B which are at a horizontal distance a from one another, with B at a vertical distance b above A. Prove that the parameter of the catenary is given by

$$2c \sinh(a/2c) = \sqrt{l^2 - b^2}$$

l लम्बाई की एक समान जंजीर दो बिन्दु A तथा B के मध्य लटकी हुई है जिनके मध्य क्षैतिज दूरी a है तथा B की A के ऊपर उर्ध्वाधर ऊँचाई b है। सिद्ध कीजिए कि कैटिनरी का प्राचल निम्न से प्राप्त होता है।

$$2c \sinh(a/2c) = \sqrt{l^2 - b^2}$$

Unit-II / इकाई-II

17-

(a) The radial and transversal velocities of a particle are λr and $\mu \theta$. Find its path and show that the radi

and transverse components of acceleration are $\lambda^2 r - \frac{\mu^2 \theta^2}{r}$ and $\mu \theta \left(\lambda + \frac{\mu}{r} \right)$



प्रश्न

किसी कण के त्रिज्यीय एवं अनुप्रस्थ वेग λ तथा $\mu\theta$ है, इसका पथ ज्ञात करो, तथा सिद्ध करो कि त्रिज्यीय एवं अनुप्रस्थ

त्वरण क्रमशः $\lambda^2 r - \frac{\mu^2 \theta^2}{r}$ तथा $\mu\theta \left(\lambda + \frac{\mu}{r} \right)$ है।

(b) A particle moves in a curve so that its tangential and normal acceleration are equal and the angular velocities of the tangent is constant. Find the path.

एक कण, एक वक्र में इस प्रकार चलता है कि इसके स्पर्श रेखीय तथा अभिलाम्बिक त्वरण सदैव समान रहते हैं और इसकी स्पर्श रेखा का कोणीय वेग अचर रहता है, पथ ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

(a) A particle is performing S.H.M. of period T about a centre O and its passes through a point P (Where OP=b), with a velocity v in the direction OP. Prove that the time which elapses before it returns to P is

$$\frac{T}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{vT}{2\pi b} \right)$$

एक कण केन्द्र O के सापेक्ष T आवर्तकाल की सरल आवर्त गति करे और यह किसी बिन्दु P (जहाँ OP = b) OP की

दिशा में v वेग से गुजरे तो सिद्ध कीजिए कि वह P पर पुनः $\frac{T}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{vT}{2\pi b} \right)$ समय के पश्चात् लौटेगा।

(b) A light elastic string of natural length l and modulus of elasticity λ , is hung by one end and to the other end, is tied a particle of mass m then discuss the motion.

एक l प्राकृत लम्बाई एवं λ प्रत्यास्थता स्थिरांक की हल्की प्रत्यास्थ डोरी एक सिरे से लटकी हुई है। इसके दूसरे सिरे पर m द्रव्यमान का एक कण बांधा गया है तो कण की गति की विवेचना कीजिए।

Unit-III / इकाई-III

A particle slides down the arc of a smooth cycloid whose axis is vertical and vertex downwards then discuss the motion.

एक कण चिकने चक्रज की चाप पर जिसका अक्ष ऊर्ध्वाधर है तथा शीर्ष नीचे की ओर फिसलता है तो कण की गति की विवेचना कीजिए।

OR / अथवा

(a) Find the law of force towards the pole under which the curve $r^n = a^n \cos n\theta$ can be described.

ध्रुव की ओर बल का नियम ज्ञात करो जिसके अधीन कोई कण वक्र $r^n = a^n \cos n\theta$ को निर्मित करता है।

(b) If v_1 and v_2 are the velocities of a planet when it is respectively nearest and farthest from the sun, prove that

$$(1-e)v_1 = (1+e)v_2$$

यदि v_1 तथा v_2 किसी ग्रह के रेखीय वेग हो, जबकि वह सूर्य से क्रमशः न्यूनतम तथा अधिकतम दूरियों पर है, तो सिद्ध कीजिए

$$\text{कि } (1-e)v_1 = (1+e)v_2$$
