https://universitynews.in/

Total No. of Pages : 7]

4362

A-927

[Total No. of Questions : 18

B.A./B.Sc. (Part - II) EXAMINATION - 2022
MATHEMATICS
Third Paper
(Mechanics)

Duration : 90 Minutes]

[Max. Marks : 75 for Science
68 for Arts

अवधि : 90 Minutes]

[पूर्णांक : 75 for Science
68 for Arts

Instructions to the candidates :

Attempt questions to the extent of 50% of maximum marks of the question paper. Any question with or without 'or' or from any unit/section/part may be chosen.

प्रश्न पत्र के किसी भी इकाई/भाग/खंड में से स्वेच्छा से इस प्रकार प्रश्नों का चयन करें कि प्रश्न पत्र के पूर्णांक में से अधिकतम 50% अंकों के प्रश्न हल हो सकें। 'अथवा' के साथ दिए प्रश्नों में भी किसी प्रकार की बाध्यता नहीं है।

Part - A [Marks : 15] Each question carries equal marks. (50 words each)

भाग – अ [अंक : 15] प्रत्येक प्रश्न के समान अंक हैं। (प्रत्येक 50 शब्दों में)

Part - B [Marks : 15] Each question carries equal marks. (100 words each)

भाग – ब [अंक : 15] प्रत्येक प्रश्न के समान अंक हैं। (प्रत्येक 100 शब्दों में)

Part - C [Marks : 45] Each question carries equal marks. (400 words each)

भाग – स [अंक : 45] प्रत्येक प्रश्न के समान अंक हैं। (प्रत्येक 400 शब्दों में)

PART - A/भाग – अ

Q1) Write the statement of Lami's theorem.

लामी प्रमेय का कथन लिखो।

Q2) Define coefficient of friction.

घर्षण गुणांक को परिभाषित कीजिये।

Q3) Write the principle of virtual work for a system of coplanar forces acting on a particle.

किसी कण पर क्रियाशील समतलीय बल–निकाय के लिए कल्पित कार्य सिद्धान्त लिखो।

Q4) Define Catenary.

कैटिनरी को परिभाषित कीजिये।

Q5) If the displacement of a moving particle along a straight line is given by equation $t = \sqrt{x} + 3$ (where x is in meters). Find when its velocity will be zero and also prove that its acceleration will be constant.

यदि सरल रेखा में गतिमान किसी कण का विस्थापन समीकरण $t = \sqrt{x} + 3$ द्वारा दिया जाता हैं (जहाँ x मीटर में है), तो ज्ञात कीजिए कि इसका वेग शून्य कब होगा तथा यह भी सिद्ध कीजिए की इसका त्वरण अचर होगा।

https://universitynews.in/

P.T.O.

https://universitynews.in/

Q6) A point moves in a straight line with S.H.M. has velocities v_1 and v_2 when its distances from the centre be x_1 and x_2. Show that the period of motion is $2\pi\sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}}$

एक कण सरल आवर्त गति से एक सरल रेखा पर गतिमान है जब कण की केन्द्र से दूरी x_1 तथा x_2 हैं तथा इसका वेग क्रमशः v_1 तथा v_2 हैं। सिद्ध कीजिये कि आवर्तकाल होगा :

$$2\pi\sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}}$$

Q7) Write Hooke's law for elastic strings.

प्रत्यास्थ डोरियों के लिए हूक्स नियम लिखो।

Q8) Define constrained motion.

प्रतिबन्धित (व्यवरूद्ध) गति को परिभाषित कीजिये।

Q9) A particle describes an ellipse under a force $\mu/(\text{distance})^2$ towards the focus; if it was projected with velocity V from a point, distance r from the centre of force, show that its periodic time is : $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}\left[\frac{2}{r} - \frac{v^2}{\mu}\right]^{-3/2}$

एक कण एक बल, जो कि $\mu/(\text{दूरी})^2$ है और नाभि की ओर है के अधीन एक दीर्घवृत्त का निर्माण करता हैं। यदि इसे एक बिन्दु से, जिसकी दूरी बल केन्द्र से r हैं, V वेग से प्रक्षिप्त किया गया हो, तो सिद्ध कीजिये कि इसका आवर्तकाल होगा: $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu}}\left[\frac{2}{r} - \frac{v^2}{\mu}\right]^{-3/2}$

Q10) Define central force and central orbit.

केन्द्रीय बल और सकेन्द्र कक्षा को परिभाषित कीजिये।

PART - B / भाग – ब

Q11) The moments of a given system of forces about three points (2, 0), (0, 2) and (2, 2) are 3, 4 and 10 units respectively. Find the magnitude of the resultant force and find the equation of the line of action.

किसी दिए गए समतलीय बल निकाय के बिन्दुओं (2, 0), (0, 2) और (2, 2) के सापेक्ष आघूर्ण क्रमशः 3, 4 और 10 इकाई हैं। परिणामी का परिमाण ज्ञात कीजिए और क्रिया रेखा का समीकरण ज्ञात करो।

https://universitynews.in/

https://universitynews.in/

Q13) Two rough particles connected by a light string rest on an inclined plane. If their weights and corresponding coefficients of friction are W_1, W_2 and μ_1, μ_2 respectively. Show that greatest inclination of the plane for equilibrium is $\tan^{-1}\left(\frac{\mu_1 W_1 + \mu_2 W_2}{W_1 + W_2}\right)$

एक भार हीन डोरी द्वारा बंधे हुए W_1 तथा W_2 भार के दो कक्ष कण जिनके घर्षण गुणांक क्रमशः μ_1 तथा μ_2 है, एक आनत समतल पर रखे हुए हैं। सिद्ध कीजिए कि संतुलन की अवस्था में तल का अधिक से अधिक झुकाव है :–

$$\tan^{-1}\left(\frac{\mu_1 W_1 + \mu_2 W_2}{W_1 + W_2}\right)$$

Q13) Prove that the angular acceleration in the direction of motion of a points moving in a plane is $\frac{v}{\rho}\frac{dv}{ds} - \frac{v^2}{\rho^2}\frac{d\rho}{ds}$

सिद्ध कीजिए कि एक समतल में गतिमान एक कण के गति की दिशा में कोणीय त्वरण निम्न होगा : $\frac{v}{\rho}\frac{dv}{ds} - \frac{v^2}{\rho^2}\frac{d\rho}{ds}$

Q14) A point moves in a parabola with constant speed v, show that the area velocity about the focus is $\sec\left(\frac{\theta}{2}\right)$, where θ is the angular distance from the vertex.

एक कण परवलय में अचर वेग v से चलता हैं। प्रदर्शित करिये कि नाभि के परितः क्षेत्रीय वेग $\sec\left(\frac{\theta}{2}\right)$ के समानुपाती हैं, जहाँ θ शीर्ष के कण की कोणिय दूरी हैं।

Q15) Two particles connected by a fine string are constrained to move in a cycloidal tube in a vertical plane, the axis of the cycloid being vertical and vertex upwards. Prove that the tension of the string is constant throughout the motion.

दो कण एक पतली डोरी से बन्धे हैं तथा चक्रज नली से संरूद्ध गति से गतिमान हैं। चक्रज का अक्ष ऊर्ध्वाधर है और शीर्ष ऊपर की ओर हैं। सिद्ध कीजिए कि कणों के गतिमान समय में डोरी में तनाव स्थिर रहता हैं।

https://universitynews.in/

https://universitynews.in/

PART - C / भाग – स

UNIT - I / इकाई – I

Q16) a) A heavy uniform rod of length $2a$, rests with its end in contact with two smooth inclined planes of inclinations α and β to the horizon. If θ be the inclination of the rod to the horizon, prove by the principle of virtual work

$$\tan\theta = \frac{1}{2}(\cot\alpha - \cot\beta)$$

$2a$ लम्बाई का एक भारी एकसमान दण्ड क्षैतिज से α और β झुकावों के दो चिकने आनत समतल पर विरामावस्था में हैं, छड़ के सिरे इन आनत समतलों के सम्पर्क में है। यदि दण्ड का क्षैतिज से झुकाव θ हो, तो सिद्ध कीजिए

$$\tan\theta = \frac{1}{2}(\cot\alpha - \cot\beta)$$

b) A uniform string of weight W is suspended from two points at the same level and a weight W' is attached to its lowest point. If α and β be now the inclinations to the horizontal of the tangents at the heighest and the lowest points, prove that:

$$\frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = 1 + \frac{W}{W'}$$

W भार की एकसमान रस्सी समान स्तर के दो बिन्दुओं के मध्य लटकी हुई हैं, जिसके निम्नतम बिन्दु पर एक भार W' लगा रखा है। यदि उच्च एवं निम्न बिन्दु पर स्पर्श रेखायें क्षैतिज से झुकाव कोण α तथा β हो, तो सिद्ध कीजिए :

$$\frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = 1 + \frac{W}{W'}$$

OR/अथवा

a) Equal forces act along the co-ordinate axes and along the straight line $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$. Find the equation of the central axis of the system, where l, m, n are the d.c.s.

समान बल निर्देश अक्षों तथा सरल रेखा $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$ के अनुदिश क्रियाशील हैं; निकाय के केन्द्रीय अक्ष का समीकरण ज्ञात कीजिए, जहाँ l, m, n दिक्कोज्याएँ हैं।

https://universitynews.in/

https://universitynews.in/

b) Two rods, each of length $2a$ have their ends united at an angle α and are placed in a vertical plane on a sphere of radius r. Prove that the equilibrium is stable or unstable according as $a >$ or $< 2r$ cosec α.

$2a$ लम्बाई की दो छड़ों के एक–एक सिरे α कोण पर जोड़ दिए गए हैं और उनको ऊर्ध्वाधर समतल में r त्रिज्या वाले चिकने गोले पर रख दिया गया हैं। सिद्ध कीजिए कि संतुलन स्थायी या अस्थायी होगा जबकि $a >$ or $< 2r$ cosec α.

UNIT - II / इकाई – II

Q17) a) A particle of mass M is acted upon a force $M\mu(x+a^4/x^3)$ towards the origin. If it starts from rest at a distance 'a', show that it will arrive at the origin in time $\left(\pi / 4\sqrt{\mu}\right)$.

एक M संहति वाला कण मूल बिन्दु की ओर एक बल $M\mu(x+a^4/x^3)$ द्वारा आकर्षित करता हैं। यदि वह 'a' दूरी से विरामावस्था से प्रारम्भ करे तो सिद्ध कीजिए कि वह मूल बिन्दु पर $\left(\pi / 4\sqrt{\mu}\right)$ समय में पहुँचेगा।

b) A particle of mass m, is projected vertically upwards under gravity, the resistance of the air being mk times the velocity. Show that the greatest height attained by the particle is $\frac{V^2}{g}\left[\lambda - \log(1+\lambda)\right]$. Where V is the terminal velocity of the particle and λ V is its initial velocity.

m संहति का एक कण गुरूत्वाकर्षण के अधीन ऊर्ध्वाधर दिशा में ऊपर फेंका जाता हैं। यदि वायु का प्रतिरोध, वेग का mk गुणा हों, तो सिद्ध कीजिए कि कण की अधिकतम ऊँचाई होगी $\frac{V^2}{g}\left[\lambda - \log(1+\lambda)\right]$ जहाँ V माध्यम में कण का अन्तिम वेग हैं तथा λ V इसका प्रारम्भिक ऊर्ध्वाधर वेग हैं।

OR/अथवा

a) A particle is performing S.H.M. of period T about a centre O and it passes through a point P (where OP =b), with a velocity v in the direction OP. Prove that the time which elapses before it returns to P is $\frac{T}{\pi}\tan^{-1}\left(\frac{vT}{2\pi b}\right)$.

एक कण केन्द्र O के सापेक्ष T आवर्तकाल की स.आ.ग. करें और यह बिन्दु P (जहाँ OP =b) OP की दिशा में v वेग से गुजरे, तो सिद्ध करो कि वह P पर पुन: $\frac{T}{\pi}\tan^{-1}\left(\frac{vT}{2\pi b}\right)$ समय के पश्चात् लौटेगा।

https://universitynews.in/

https://universitynews.in/

b) A light elastic string of modulus λ and natural length a is stretched to double its natural length and is tied to two fixed points distant $2a$ apart. A particle of mass m, tied to its mid point, is displaced in the line of the string through a distance equal to half of its distance from the fixed point and released. Prove that the time of an oscillation is $\pi\sqrt{(am/\lambda)}$ and its maximum velocity is $\sqrt{(a\lambda/m)}$.

स्वाभाविक लम्बाई a की एक प्रत्यास्थ डोरी, जिसका प्रत्यास्थ गुणांक λ हैं, को दो बिन्दुओं के बीच बांध दिया जाता है जिनकी दूरी $2a$ हैं। एक कण जिसकी संहति m हैं, को डोरी के मध्य बिन्दु से बांधकर एक बिन्दु की ओर इतना विस्थापित किया जाता हैं कि कण की दूरी उस बिन्दु से आधी रह जाती हैं और फिर छोड़ दिया जाता हैं। सिद्ध कीजिए कि एक दोलन काल $\pi\sqrt{(am/\lambda)}$ हैं तथा अधिकतम वेग $\sqrt{(a\lambda/m)}$ हैं।

UNIT - III / इकाई – III

Q18) a) A particle is projected along the inside of a smooth vertical circle of radius a from the lowest point. Show that the velocity of projection required in order at that after the leaving the particle may pass through the centre is $\sqrt{\left(\frac{1}{2}ag\right)}\left(\sqrt{3}+1\right)$.

एक कण एक ऊर्ध्वाधर वृत्त, जिसका अर्द्धव्यास a हैं, के निम्नतम बिन्दु से ऐसे वेग से फेंका जाता हैं कि वृत्त को छोडने के पश्चात् कण वृत्त के केन्द्र बिन्दु से गुजरता हैं। सिद्ध कीजिये कि कण का प्रक्षेप वेग होगा।

$\sqrt{\left(\frac{1}{2}ag\right)}\left(\sqrt{3}+1\right)$.

b) A particle is projected with velocity V from cusp of a smooth cycloid whose axis is vertical and vertex lowest down the arc. If a is the radius of the generating circle, show that the time of reaching the vertex is $2\sqrt{\left(\frac{a}{g}\right)}\tan^{-1}\left\{\frac{\sqrt{(4ag)}}{V}\right\}$.

एक कण चिकने चक्रज, जिसका अक्ष ऊर्ध्वाधर है और शीर्ष नीचे की ओर हैं, के उभयाग्र से V वेग से फेंका गया हैं। यदि a जनक वृत्त की त्रिज्या हैं, सिद्ध कीजिए की शीर्ष तक पहुँचने का समय होगा $2\sqrt{\left(\frac{a}{g}\right)}\tan^{-1}\left\{\frac{\sqrt{(4ag)}}{V}\right\}$.

OR/अथवा

https://universitynews.in/

https://universitynews.in/

a) Find the law of force towards the pole under which the curve

i) $r = a\, e^{\theta \cot \alpha}$ (Equiangular spiral)

ii) $r = a \tan \theta$

ध्रुव बिन्दु की ओर बल का नियम ज्ञात करिये जिसके अधीन कोई कण वक्र

i) $r = a\, e^{\theta \cot \alpha}$ (समान कोणिय सर्पिल)

ii) $r = a \tan \theta$

b) If v_1 and v_2 are the velocities of a planet when it is respectively nearest and farthest from the sun. Prove that $(1-e)v_1 = (1+e)v_2$.

यदि v_1 तथा v_2 किसी ग्रह के रेखीय वेग हो, जबकि वह सूर्य से क्रमशः न्यूनतम और अधिकतम दूरियों पर हैं, तो सिद्ध कीजिये कि $(1-e)v_1 = (1+e)v_2$.

OOOO

https://universitynews.in

https://universitynews.in/