https://universitynews.in/

# GD-2710

B.Sc./B.Sc. B.Ed. (Part-II)
Examination, March-April, 2023

## MATHEMATICS

Paper - III

Mechanics

*Time* : Three Hours] [*Maximum Marks* : 50

**नोट** : प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं **दो** भागों को हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**Note** : Answer any **two** parts from each question. All questions carry equal marks.

### इकाई / Unit-I

**1.** (*a*) एक दण्ड, जिसका गुरुत्व केन्द्र उसे $a$ और $b$ दो भागों में विभाजित करता है, एक चिकने गोले के भीतर रखी हुई है। दर्शाइए कि यदि सन्तुलित अवस्था में क्षैतिज से उसका झुकाव $\theta$ है और गोले के केन्द्र पर दण्ड $2\alpha$ कोण अन्तरित करती है तो

$$\tan\theta = \frac{b-a}{b+a}\tan\alpha$$





A beam whose centre of gravity divides it into portions, $a$ and $b$, is placed inside a smooth sphere, show that, if $\theta$ its inclination to the horizon in the position of equilibrium and $2\alpha$ be the angle subtended by the beam of the centre of the sphere, then

$$\tan\theta = \frac{b-a}{b+a}\tan\alpha$$

(*b*) $2b$ मोटाई की एक आयताकार छड़ एक पूर्ण रूक्ष क्षैतिज बेलन पर जिसकी त्रिज्या $a$ है, सममित रूप में रखी है। दिखाइए कि छड़ साम्य स्थाई अथवा अस्थाई होगा जबकि $b$ का मान $a$ से क्रमशः छोटा या बड़ा होगा।

A uniform beam of thickness $2b$, rest symmetrically on a perfectly rough horizontal cylinder of radius $a$, show that the equilibrium of the beam will be stable or unstable according as $b$ is less or greater than $a$.

(*c*) एक संधित चतुर्भुज (Jointed quadrilateral) के विपरीत भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को लम्बाई $l$ ओर $l^1$ के हल्के छड़ों द्वारा संबद्ध किया गया है। यदि इन छड़ों में तनाव $T$ और $T^1$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{T}{l}+\frac{T^1}{l^1}=0$$



https://universitynews.in/

https://universitynews.in/



The middle points of opposite sides of a jointed quadrilateral are connected by light rods of lengths $l$ and $l^1$. If $T$ and $T^1$ be the tensions in those rods, prove that

$$\frac{T}{l}+\frac{T^1}{l^1}=0$$

## इकाई / Unit-II

2. (*a*) यदि $P$ तथा $Q$ दो अप्रतिच्छेदी बल जिनकी दिशाएँ लम्बवत् हैं, दर्शाइए कि केन्द्रीय अक्ष से उनकी क्रिया रेखाओं की दूरियों का अनुपात $Q^2 : P^2$ है।

If $P$ and $Q$ be two non-intersecting forces whose direction are perpendicular, show that the ratio of distances of the central axis from their lines of action si $Q^2 : P^2$.

(*b*) तीन बल क्रमशः सरल रेखाओं $x=0$, $y-z=a$, $y=0$, $z-x=a$, $z=0$, $x-y=a$ के अनुदिश क्रिया करते हैं। दिखाइए कि इन्हें एक बलयुग्म के तुल्य लघुकृत नहीं किया जा सकता।

Three forces acting along the straight lines $x=0, y-z=a, y=0, z-x=a, z=0, x-y=a$. Show that they cannot be reduce equivalently to couple.





(*c*) डायनमे $(X, Y, Z, L, M, N)$ के लिए समतल $x+y+z=0$ के शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कीजिए।

Find the null point of the plane $x+y+z=0$ for the dyname $(X, Y, Z, L, M, N)$

## इकाई / Unit-III

3. (*a*) आयाम '$a$' तथा आवर्तकाल $T$ की सरल आवर्त गति में दर्शाइए कि केन्द्र से $x$ दूरी पर वेग $v$ निम्नलिखित सम्बन्ध द्वारा दिया जाता है :

$$v^2 T^2 = 4\pi (a^2 - x^2)$$

Show that in a S.H.M. of amplitude '$a$' and period $T$, the velocity $v$ at distance $x$ from the centre is given by the relation :

$$v^2 T^2 = 4\pi (a^2 - x^2)$$

(*b*) दो हल्की प्रत्यास्थ डोरियों से $m$ द्रव्यमान का एक कण बँधा है और उनके स्थिर बिन्दुओं से इस प्रकार बँधे हुए हैं कि डोरियाँ तनी हुई हैं। प्रत्येक डोरी का प्रत्यास्थता मापांक $\lambda$ है, तनाव $T$ है और लम्बाइयाँ $a$ तथा $b$ हैं। दर्शाइए कि डोरी की रेखा के अनुदिश एक दोलन का काल $2\pi\sqrt{\frac{mab}{(T+\lambda)(a+b)}}$ है।



https://universitynews.in/

https://universitynews.in/



The light elastic strings are fastened to a particle of mass $m$ and their other ends to fixed points so that strings are taut. The modulus of each string is $\lambda$, then tension $T$ and lengths $a$ and $b$. Show that the period of an oscillation along the line of the string $2\pi\sqrt{\frac{mab}{(T+\lambda)(a+b)}}$.

(c) यदि किसी कण के त्रिज्य एवं अनुप्रस्थ वेग सदैव एक दूसरे के समानुपाती हों, तो दर्शाइए कि पथ एक समानकोणिक सर्पिल है।

If the radial and transverse velocities of a particle are always proportional to each other, show that the path is an equiangular spiral.

## इकाई / Unit-IV

4. (a) यदि $v_1$ एवं $v_2$ ग्रह के रैखिक वेग हैं जबकि सूर्य से क्रमशः निकटतम एवं दूरस्थ हैं, सिद्ध कीजिए कि :

$$(1-e)v_1 = (1+e)v_2$$

If $v_1$ and $v_2$ are the linear velocities of a planet when it is respectively nearest and farthest from the sun, prove that

$$(1-e)v_1 = (1+e)v_2$$





(b) एक कण एक समतल वक्र पर गतिमान है। यदि स्पर्शरेखीय और अभिलाम्बिक त्वरण सदैव अचर रहते हैं, तो सिद्ध कीजिए कि कोण $\psi$ जो गति की दिशा समय $t$ में घूमती है, समीकरण $\psi = A\log(1+Bt)$ द्वारा निर्धारित होता है।

A particle is describing a plane curve. If the tangential and normal accelerations are each constant through out the motion, prove that the angle $\psi$, through which the direction of motion turns in time $t$ is given by $\psi = A\log(1+Bt)$.

(c) एक कण, जिस पर कोई बल क्रिया नहीं कर रहा है, रुक्ष गोले के आन्तरिक पृष्ठ के अनुदिश प्रक्षिप्त किया जाता है, दर्शाइए कि यह $\frac{a}{\mu V}\left(e^{2\mu\pi}-1\right)$ समय पश्चात् प्रक्षेप बिन्दु पर वापिस लौट आएगा, जहाँ $a$ गोले की त्रिज्या, प्रक्षेप वेग $V$ तथा घर्षण गुणांक $\mu$ है।

A particle is projected along the inner surface of a rough sphere and is acted on by no forces, show that it will return to the point of projection at the end of time $\frac{a}{\mu V}\left(e^{2\mu\pi}-1\right)$, where $a$ is the radius of the sphere, $V$ is the velocity of projection and $\mu$ is the coefficient of friction.



https://universitynews.in/

https://universitynews.in/



## इकाई / Unit-V

5. (*a*) गुरुत्वीय आकर्षण में $m$ संहति का एक कण ऊर्ध्वारत: ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया जाता है, वायु का अवरोध वेग का $mk$ गुणा है। यदि $V$ सीमान्त वेग तथा $\lambda V$ प्रारम्भिक वेग है, तो दर्शाइए कि कण द्वारा प्राप्त महत्तम ऊँचाई $\frac{V^2}{g}\left[\lambda - \log(1+\lambda)\right]$ है।

A particle of mass $m$ is projected vertically under gravity, the reistance of the air being $mk$ times the velocity. Show that the greatest height attained by the particle is $\frac{V^2}{g}\left[\lambda - \log(1+\lambda)\right]$. Where $V$ is the terminal velocity of the particle and $\lambda V$ is the initial.

(*b*) तरल (liquid) की एक गोलाकर बूँद वाष्प में गिरते हुए संघनन द्वारा $c$ की अचर से द्रव्यमान प्राप्त करती है। दर्शाइए कि विराम में गिरते हुए $t$ समय बाद इसका वेग है

$$\frac{1}{2}gt\left[1+\frac{M}{M+ct}\right]$$

जहाँ $M$ बूंद का प्रारंभिक द्रव्यमान है।



(Turn Over)



A spherical drop of liquid falling freely in a vapour acquires mass by condensation at a constant rate $c$. Show that the velocity after falling from rest in time $t$ is $\frac{1}{2}gt\left[1+\frac{M}{M+ct}\right]$. Where $M$ is the initial mass of the drop.

(*c*) त्रिज्या $a$ के गोले (sphere) के क्षैतिज व्यास के सिरे से एक भारी कण आन्तरिक पृष्ठ के अनुदिश वेग $V$ से प्रक्षिप्त किया जाता है, प्रक्षेप की दिशा भूमध्य रेखा से $\beta$ कोण बनाती है। यदि कण कभी भी पृष्ठ को नहीं छोड़ता हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$3\sin^2\beta < 2+\left(\frac{V^2}{3ga}\right)^2$$

A heavy particle is projected with velocity $V$ from the end of a horizontal diameter of a sphere of radius $a$ along the inner surface, the direction of projection making an angle $\beta$ with the equator. If the particle never leaves the surface, prove that

$$3\sin^2\beta < 2+\left(\frac{V^2}{3ga}\right)^2$$



https://universitynews.in/