



2281

**B.Sc. (Part-I) Examination, 2022**  
**MATHEMATICS**  
**Second Paper**  
**(Calculus)**

*Duration of Examination: 1½ Hrs.*  
 परीक्षा की अवधि: 1½ घण्टा

*Max. Marks: 38*  
 पूर्णांक: 38

Instructions to the Candidates:  
परीक्षार्थी के लिए निर्देश:-

**Part-A (Compulsory)**

Answer any five questions (upto 20 words each). Each question carries one marks.  
 कोई पांच प्रश्न कीजिये। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 20 शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए। प्रत्येक प्रश्न एक अंक का है। (5x1=5 Marks)

**Part-B (Compulsory)**

Answer any three questions (upto 100 words each). Each question carries five marks.  
 कोई तीन प्रश्न कीजिये। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 100 शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिये। प्रत्येक प्रश्न पांच अंक का है। (3x5=15 Marks)

**Part-C**

Candidate is required to attempt any two question. (upto 400 words)  
 कोई दो प्रश्न का उत्तर दीजिये। प्रश्न का उत्तर 400 शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिये। (2x9=18 Marks)

**Part-A / भाग-अ**

Q-1. Find  $\frac{ds}{dx}$  for the following curve:

$$y = \log \cos(x)$$

यदि  $y = \log \cos(x)$  के लिए  $\frac{ds}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए।

Q-2. Define Asymptote.  
 अनन्त स्पर्शों को परिभाषित कीजिए।

Q-3. for the curve  $s = ae^{t^2}$  prove that:

$$ap = s\sqrt{(s^2 - a^2)}$$

यदि  $s = ae^{t^2}$  के लिए सिद्ध कीजिए:-

$$ap = s\sqrt{(s^2 - a^2)}$$

Q-4. Define point of Inflexion and point of Undulation.  
 वक्र परिवर्तन बिन्दु तथा तरंगण बिन्दु को परिभाषित कीजिए।

Q-5. Write down the condition of symmetry for the polar curves around  $\theta = 0^\circ$ ,  $\frac{\pi^\circ}{2}$ ,  $\frac{\pi^\circ}{4}$  and  $\frac{3\pi^\circ}{4}$



ध्रुवीय वक्रों में  $\theta = \theta^a, \frac{\pi^a}{2}, \frac{\pi^a}{4}$  व  $\frac{3\pi^a}{4}$  के परितः सममितता का शर्त लिखिए।

Q-6. Evaluate :-  $\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} xy \, dx \, dy$

मान ज्ञात कीजिए:-  $\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} xy \, dx \, dy$

Q-7. Prove that :-  $B(m, n) = \int_0^{\infty} \frac{x^{m-1}}{(1+x)^{m+n}} dx$

सिद्ध कीजिए:-  $B(m, n) = \int_0^{\infty} \frac{x^{m-1}}{(1+x)^{m+n}} dx$

Q-8. Give the formula of Dirichlet's integral.

डिरिचलिट समाकल का सूत्र दीजिए।

Q-9. Define quadrature

क्षेत्रफलन को परिभाषित कीजिए।

Q-10. Find the envelope of the family of the straight lines:

$y = mx + \left(\frac{a}{m}\right)$ , where  $m$  is a parameter.

रेखा  $y = mx + \left(\frac{a}{m}\right)$  के कुल का अन्वलोप ज्ञात कीजिए, जहाँ  $m$  प्राचल है।

Part-B / भाग-ब

Q-11. Prove that Angle between radius vector and tangent is  $\tan \phi = r \cdot \frac{d\theta}{dr}$

सिद्ध कीजिए कि ध्रुवाक्षर रेखा तथा स्पर्शों के मध्य कोण का मान  $\tan \phi = r \cdot \frac{d\theta}{dr}$  होता है।

Q-12. Show that the circle of curvature at the origin of the parabola  $y = mx + \left(\frac{x^2}{a}\right)$  is

$x^2 + y^2 = a(1+m^2)(y-mx)$

सिद्ध कीजिए कि मूल बिन्दु पर परवलय  $y = mx + \left(\frac{x^2}{a}\right)$  का वक्रता वृत्त  $x^2 + y^2 = a(1+m^2)(y-mx)$  है।

Q-13. If  $J$  be the Jacobian of the system  $u, v$  with regard to  $x, y$  and  $J'$  the Jacobian of  $x, y$  with regard to

$u, v$  then  $JJ' = 1$

यदि  $x, y$  के सापेक्ष निकाय  $u, v$  का जैकोबियन  $J$  हो तथा  $u, v$  के सापेक्ष  $x, y$  का जैकोबियन  $J'$  हो, तो  $JJ' = 1$



Q-14. Integrate  $r^2 \cos \theta$  over the area of the cardioid lying on the upper side of the initial line.  
 $r^2 \cos \theta$  का कार्डियोइड के आरम्भिक रेखा के ऊपर वाले क्षेत्र पर समाकलन कीजिए।

Q-15. Find the maximum value of:  $u = \sin(x)\sin(y)\sin(x+y)$   
उच्चतम मान ज्ञात कीजिए:-  $u = \sin(x)\sin(y)\sin(x+y)$

Part-C / भाग-स

Unit-I / इकाई-I

Q-16. (a) Find the equation of the cubic which has same asymptotes as the following curve and which passes through the points (0,0), (0,1) and (1,0)  
उस त्रिघात की समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी अनन्त स्पर्शियां वही हैं जो निम्न वक्र की हैं और जो बिन्दु (0,0), (0,1) और (1,0) से गुजरती हैं।

$$x^3 - 6x^2y + 11xy^2 - 6y^3 + x + y + 1 = 0$$

(b) Find the radius of curvature at the point  $(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2})$  on the folium  $x^3 + y^3 = 3axy$

फोलियम  $x^3 + y^3 = 3axy$  के बिन्दु  $(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2})$  पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

Trace the following curves.

निम्न वक्रों का अनुरेखण कीजिए:-

- (a)  $r = a + b \cos \theta$  ; when  $a > b$
- (b)  $r = a + b \cos \theta$  ; when  $a < b$

Unit-II / इकाई-II

Q-17. State and prove that Euler's theorem of homogeneous functions.

समघात फलनों के लिए आयलर प्रमेय का कथन देकर सिद्ध कीजिए

Also proves (यह भी सिद्ध कीजिए)

(a)  $x \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + y \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = (n-1) \frac{\partial f}{\partial x}$

(b)  $x \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + y \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = (n-1) \frac{\partial f}{\partial y}$

Hence deduce (फलतः निगमन कीजिए)

(c)  $x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = n(n-1)f$



OR / अथवा

Prove that (सिद्ध कीजिए)

(a)  $B(m,n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$  ( $m > 0, n > 0$ )

(b)  $\Gamma(m)\Gamma(m+1/2) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}}\Gamma(2m)$ ,  $m \in \mathbb{Z}$

Unit-III / इकाई-III

Q-18. (a) Find the intrinsic equation of the curve  $p = r \sin \alpha$

वक्र  $p = r \sin \alpha$  का नैज समीकरण ज्ञात कीजिए।

(b) Find the volume of the solid generated by the revolution of the Cardioid  $r = a(1 + \cos \theta)$  about the initial line.

कार्डियोइड  $r = a(1 + \cos \theta)$  के आरम्भिक रेखा के परितः परिक्रमण से जनित घनाकृति का आयतन ज्ञात कीजिए।

OR / अथवा

(a) Change the order of integration in the following double integral  
निम्न द्वि-समाकलन में समाकलन का क्रम बदलिए

$$\int_0^a \int_{\sqrt{2ax-x^2}}^{\sqrt{2ax}} V dx dy$$

(b) Evaluate (मान ज्ञात कीजिए)  $\iiint xyz dx dy dz$

Where region of integration is the complete ellipsoid:-

जहाँ समाकलन का क्षेत्र सम्पूर्ण दीर्घवृत्तज है।

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$$

.....

f,